

PREDIKCE POŠKOZOVÁNÍ ROTORŮ VYVOLANÉHO VIBRACEMI

Prof. Ing. Miroslav Balda, DrSc.

Ústav termomechaniky AVČR & Západočeská univerzita
Veleslavínova 11, 301 14 Plzeň,
tel.: 019 - 7236584, fax.: 019 - 7220787, mbalda@ufy.zcu.cz

1. Úvod

Rotory uložené v mnoha kluzných ložiskách vykonávají dosti komplikované prostorové pohyby, jejichž výchylky včetně derivací lze získat výpočty dynamiky rotorů. Pro ně je však zapotřebí znát rozměry, materiály a jejich vlastnosti a zejména pak silové obtížení rotoru. Potom je relativně snadné určit i napěťové rozložení podél rotoru a odhadnout riziko jeho poškození. K poškození dochází zejména v důsledku proměnlivosti namáhání při rotaci vedoucí k únavovým trhlinám v případě, že velikost změn je větší, než mezní.

2. Příčiny vzniku únavových trhlin

Příčinou vzniku a šíření únavových trhlin jsou jako obvykle nadměrná dynamická namáhání v materiálu rotorů. Ta postupně vyčerpávají odolnost materiálu proti poškození, kdy generují mikroskopické plastické deformace v okolí materiálových imperfekcí. V takto narušených oblastech dochází později ke vzniku mikrotrhlinek, které se postupně propojují v hlavní makroskopickou trhlinu, která se pak za pokračujícího působení dynamických namáhání šíří přes nosný průřez. Za tohoto stavu se stává nebezpečnou jak pro stroj tak i jeho okolí. Je proto důležité znát podmínky, za kterých k tomu dochází, a těm se jak konstrukcí rotoru tak i jeho zatěžováním v provozu vyhnout.

Místo vzniku trhliny na rotoru nelze s plnou jistotou stanovit předem. Nicméně místa očekávaných nejvyšších namáhání lze určit výpočtem. Tyto kritické body leží v místech s vážnými poruchami struktury materiálu a s rychlými změnami geometrie průřezu hřídele, jakými jsou např. drážky, osazení, nalisovaná kola nebo spojky. Říkáme jim vruby.

Obecně lze očekávat, že v hřídelích vzniká kombinované namáhání, zejména jako kombinace ohybového a torzního zatížení rotoru. Nelze vyloučit i složku čistě tahovou od axiálních sil, ta však má charakter kvazistatický. Naštěstí jen vyjíměčně dosahují všechny složky napjatosti současně srovnatelných velikostí. Obvykle jedna z nich výrazně převládá, což umožňuje řešit problém únavy materiálu jako jednoosý. V opačném případě bychom byli postaveni před dosud ne zcela úspěšně řešený problém víceosé únavy.

2.1 Ohybová namáhání

Při libovolné příčné výchylce rotoru vzniká v jeho průřezech ohybové namáhání. Příčinou příčných deformací jsou zobecněné síly působící na rotor. Je-li frekvence otáčení těchto sil v absolutním prostoru ω_f , přičemž rotor sám se otáčí frekvencí ω_r , vyvolají tyto síly na povrchu dynamické napětí σ , jehož frekvence bude

$$\omega_\sigma = \omega_f - \omega_r, \quad (1)$$

případně její celočíselný násobek. V souvislosti s orientací těchto sil můžeme rozeznávat několik speciálních případů:

2.1.1 Nerotující síly v pevném prostoru

Do této skupiny sil patří všechny síly generované gravitací, parciálním ostřikem, statickými magnetickými poli a zubovými nebo řemenovými převody. I v případě, kdy se jejich velikost nemění, putují vlivem rotace hřídele po jejím obvodu s frekvencí $\omega_\sigma = 0 - \omega_r = -\omega_r$. Nominální velikost ohybového namáhání na povrchu hřídele pak bude

$$\sigma(x) = \frac{32 M_b(x)}{\pi d^3(x)} = -\frac{32 EJ(x)}{\pi d^3(x)} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (2)$$

kde $y(x)$ je příčná výchylka hřídele ve vzdálenosti x od počátku. Tyto síly mohou u izotropního hřídele iniciovat obvodovou trhlinu, která se bude šířit od povrchu ke středu. Její identifikace je s ohledem na její soustřednost obtížná, protože nevyvolává změny složky vibrací o vyšších harmonických. Toto ale neplatí pro neizotropní rotory. V nich může vzniknout buď jedna nebo dvě proti sobě stojící trhliny, které lze identifikovat z charakteru kmitání, které bude obsahovat složku o frekvenci $2\omega_r$.

2.1.2 Rotující síly od nevyvážků

Frekvence nevyvážených sil je $\omega_f = \omega_r$ a tudíž podle vztahu rov. (1) je výsledná frekvence $\omega_\sigma = 0$. Působení těchto sil je tedy statické vůči rotujícímu hřídeli. Odezva celé soustavy však závisí nejen na vlastnostech rotoru, ale i jeho uložení. Pokud má uložení ve všech příčných směrech stejnou tuhost (i útlum), bude průhyb hřídele nezávislý na natočení a trajektorie středů hřídele budou kruhové, a tedy i napjatost vyvolaná v rotoru nevyváženými silami bude statická. Jiná situace však nastane, pokud uložení bude neizotropní, tedy charakterizované maticemi útlumu \mathbf{B} a tuhosti \mathbf{K} s prvky $b_{11} \neq b_{22}$ a $k_{11} \neq k_{22}$. V tom případě trajektorie průhybovky již nebudou kruhové, což má za následek, že napjatost v hřídeli bude proměnlivá v čase.

Ať bod osy rotoru kmitá v příčné rovině vymezené pevnými osami, v – vertikální a w – horizontální s frekvencí otáčení rotoru ω_r . Potom okamžité souřadnice uvažovaného bodu v rovině budou dány reálnými složkami komplexních vektorů kmitání v čase t :

$$\begin{bmatrix} r_v(t) \\ r_w(t) \end{bmatrix} = \text{Re} \begin{bmatrix} |v| e^{i\varphi_v} \\ |w| e^{i\varphi_w} \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} |v| \cos(\omega_r t + \varphi_v) \\ |w| \cos(\omega_r t + \varphi_w) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

kde $|v|$ a $|w|$ jsou amplitudy kmitů ve vertikálním resp. horizontálním směru. Okamžitý průhyb osy v tomto místě je potom dán vztahem

$$y(t) = \sqrt{r_v^2(t) + r_w^2(t)} \quad (4)$$

Rovnici trajektorie lze odvodit z rov. (3) dále uvedeným postupem. Nejdříve zavedeme nové proměnné

$$V = \frac{r_v}{|v|} = \cos(\omega_r t + \varphi_v) \quad (5)$$

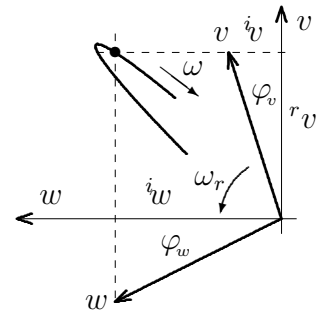
$$W = \frac{r_w}{|w|} = \cos(\omega_r t + \varphi_w)$$

Odečteme-li argumenty u kosinů na pravé straně dostaneme

$$\begin{aligned} \varphi_v - \varphi_w &= \arccos V - \arccos W \\ &= \mp \arccos(VW + \sqrt{1-V^2} \sqrt{1-W^2}) \end{aligned} \quad (6)$$

(viz např. [16] pro $V \neq W$). Odtud po úpravách dostaneme rovnici trajektorie v bezrozměrných proměnných

$$V^2 - 2VW \cos \Delta\varphi + W^2 = \sin^2 \Delta\varphi, \quad (7)$$



Obrázek 1: Trajektorie

kde $\Delta\varphi = \varphi_v - \varphi_w$. Rovnice (7) je kvadratickou formou vyjadřující rovnicí elipsy. Její analýzou dostaneme i formule pro délky os elipsy ve tvaru

$$a_j = \left| \frac{\sin \Delta\varphi}{\sqrt{c_j}} \right|, \quad j = 1, 2 \quad (8)$$

kde

$$c_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{|v|^2} + \frac{1}{|w|^2} \right) \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{4 \sin^2 \Delta\varphi}{\left(\left| \frac{v}{w} \right| + \left| \frac{w}{v} \right| \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (9)$$

Úhel natočení první osy je

$$\alpha_1 = \arctan \frac{1 - |v|^2 c_1}{\left| \frac{v}{w} \right| \cos \Delta\varphi} \quad (10)$$

Lze dokázat, že střed osy rotoru obíhá po této eliptické trajektorii ve smyslu rotace, pokud je $\sin \Delta\varphi > 0$. Mezní případy nastanou při $\Delta\varphi = 0$ nebo π , pro než je $\sin \Delta\varphi = 0$. V tom případě degeneruje elipsa na úsečku.

Změny napětí závisí na změnách průhybu. U eliptické trajektorie jsou tyto změny úměrné rozdílu velikostí os elips a mají frekvenci $\omega_\sigma = 2\omega_r$. Iniciační trhliny vlivem těchto vibrací by byla možná jen při vysokých úrovních nevyváženosti vyvolávajících silné vibrace. Ty však mohou pomáhat šíření trhliny již vzniklé. Trhlina se potom může šířit z jednoho místa na povrchu rotoru a může být snadno identifikována ze změn složky vibrací o dvojnásobné otáčkové frekvenci.

2.1.3 Ostatní síly

Skupinu těchto sil tvoří síly generované olejovým filmem kluzných ložisek, parou v lopatkování a ucpávkách, příp. i jinými medii obklopujícími rotor, zejména pak tehdy, vzniknou-li samobuzené kmity nebo chaotický pohyb. Potom vznikají složité deformace rotoru doprovázené stejně složitými napěťovými procesy. Pouze v případě harmonických pohybů je frekvence změn namáhání dána formulí (1). Změny napjatosti se buď měří, anebo se odhadují za předpokladu, že kmitání rotoru v ložiskách vyčerpává celou jejich radiální vůli.

Pokud tyto síly iniciují vznik trhliny, pak ta má koncentrický tvar, takže její identifikace je obtížná.

2.2 Smyková namáhání

Smyková namáhání jsou vyvolávána právě přenášeným kroutícím momentem M_t . Nominální torzní napětí dosahuje špičkových hodnot opět na povrchu hřídele a má velikost

$$\tau(x) = \frac{16 M_t(x)}{\pi d^3(x)} = - \frac{G J_p(x)}{\pi d^3(x)} \frac{\partial \alpha_x}{\partial x} \quad (11)$$

Pokud se mění výkon dodávaný do sítě pomalu, jsou i změny napjatosti pomalé a u dobře navržených rotorů nehrozí nebezpečí vzniku trhlin. Jiná situace nastává v případě, že zatěžování a odlehčování stroje je skokové. Tehdy se vyvolávají torzní vibrace a celé soustavy rotorů ve skladbě vlastních torzních tvarů kmitů s příslušnými frekvencemi. Nejzávažnější situace nastává v případě krátkého spojení na svorkách generátoru. Ostatní krátká spojení na rozvodové síti, transformátoru, bleskem jsou méně intenzivní. Veliké střídavé proudy generované v úvodních fázích krátkého spojení jsou zdrojem silných časově proměnných zkratových momentů, které budí soustavu rotorů torzně s frekvencí buzení rovnou otáčkové frekvenci a jejím násobkům. Protože tyto stavy mohou nastat pouze na provozních otáčkách s nabuzeným generátorem, je důležité, aby torzní vlastní frekvence soustavy byly dobře odladěny od provozních otáček.

Zkrat představuje vážné reálné nebezpečí pro vznik trhliny, protože ta by měla být koncentrická a proto obtížně identifikovatelná z vibračních dat.

3. Poškození a jeho kumulace

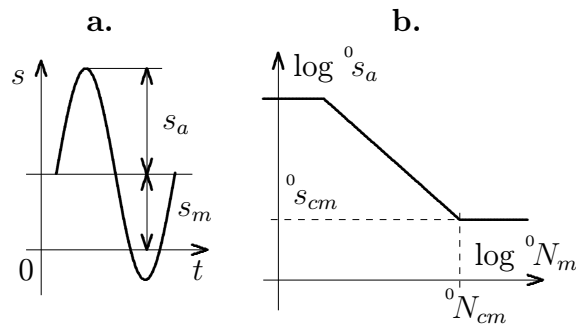
Únavové trhliny ve velkých rotorech namáhaných proměnlivými zatíženími představují vážné nebezpečí. Proto je nutné mít k dispozici prostředky pro monitorování vibračního stavu, frekvenční analyzátory pro včasnou identifikaci změn chování rotoru při vznikající trhlíně za provozu a metodiku pro odhadování zbytkové životnosti rotoru.

3.1 Wöhlerova křivka

Standardní únavová zkouška probíhá na normalizovaném leštěném vzorku vyrobeném ze zkoušeného materiálu. Výsledkem zkoušek je řada dvojic údajů o amplitudě s_{ai} harmonického zatížení (σ_a nebo τ_a) a o počtu N_a cyklů opakování zatížení, po kterém došlo k porušení vzorku. Ukazuje se, že závislost $s_a(N_a)$ je pro oceli v oblasti t.zv. časové pevnosti v logaritmických souřadnicích přibližně přímková. Tento úsek závislosti je popsán rovnicí

$$\frac{N_a}{N_c} = \left(\frac{s_c}{s_a} \right)^w, \quad (12)$$

kde N_c je limitní počet cyklů na tzv. mezi únavy s_c , pro kterou platí, že pro všechna namáhání $s < s_c$ se součást neporuší. Tato závislost s omezením na pružnou oblast s ($s_a < R_e$), kde R_e je mez kluzu materiálu, je vynesena v obr. 2.



Obrázek 2: Wöhlerova křivka

3.2 Zobecněný Haighův diagram

Při standardní únavové zkoušce se předpokládá, že střední napětí zatěžovacích cyklů $s_m = 0$. V případě, že $s_m \neq 0$, je pochopitelné, že získané výsledné parametry jako jsou s_c , N_c a w budou závislé na velikosti s_m , tedy, že budou jeho funkcemi $s_{cm} = s_c(s_m)$, $N_{cm} = N_c(s_m)$ a $w_m = w(s_m)$. Závislost $s_c(s_m)$ vynesena do diagramu se nazývá Haighovým diagramem. Při tom se stále uvažuje, že platí modifikovaný vztah (12), totiž

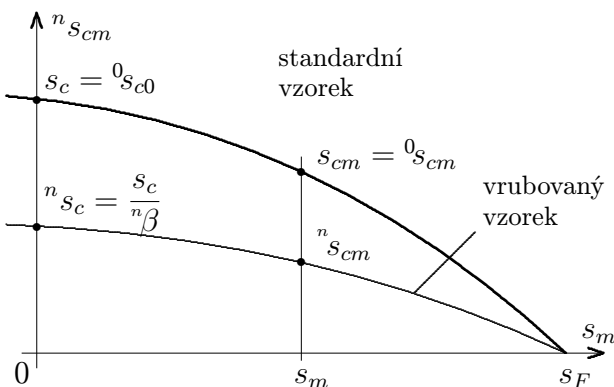
$$\frac{N_{am}}{N_{cm}} = \left(\frac{s_{cm}}{s_{am}} \right)^{w_m} \quad (13)$$

Existuje řada vztahů pro výpočet s_{cm} ze standardních parametrů, např.

$${}^n s_{cm} = \frac{s_c}{{}^n \beta} \left(1 - \frac{s_m}{s_F} \right)^{k_H} = \frac{s_{cm}}{{}^n \beta} \quad (14)$$

znázorněný v obr. 3 horní křivkou. Jde o závislost meze únavy leštěného vzorku jako funkce středního napětí. Ve formuli se vyskytují další dvě materiálové konstanty, s_F a k_H . V obrázku je ještě zakreslena závislost meze únavy součásti s vrubem ${}^n s_{cm}$ na středním napětí, kde

$${}^n s_{cm} = \frac{s_{cm}}{{}^n \beta} \quad (15)$$



Obrázek 3: Haighův diagram – závislost meze únavy na středním napětí

Koeficient ${}^n \beta$ je poměrem $\frac{s_{cm}}{{}^n s_{cm}}$ a určuje se buď experimentálně nebo se odhaduje z teoretického faktoru koncentrace napětí a dalších parametrů.

3.3 Odhad poškození a zbytkové doby života.

S výše uvedenými předpoklady lze formulovat následující model poškozování a vyhodnocení doby života rotoru zatěžovaného **stacionárním procesem**:

- Ať platí, že relativní poškození od napěťového cyklu s amplitudou s_i na střední hodnotě napětí s_m je nepřímo úměrně počtu cyklů N_{mi} podle upravené rovnice (12)

$$d_i = \frac{1}{N_{mi}} \left(\frac{s_i}{s_{cmi}} \right)^{w_m} \quad (16)$$

- Ať dále platí, že tato dílčí poškození d_i lze kumulovat v celkové poškození D_o , vyvolané za dobu pozorování T_o (zákon lineární kumulace poškození Palmgrena a Minera)

$$D_o = \sum_i d_i \quad (17)$$

- Podle tohoto zákona by mělo dojít k poruše v nejnebezpečnějším místě za čas $T_L = T_o/D_o$. Ve skutečnosti však s ohledem na nepřesnosti nepodchycené zákonem dojde k únavovému lomu na konci únavové životnosti dílu za čas

$$L = k_d T_L = k_d \frac{T_o}{D_o}, \quad (18)$$

kde k_d je koeficient, který se může lišit od 1, a který je třeba v případě potřeby určit experimentálně.

Z uvedeného je zřejmé, že byl mlčky přijat předpoklad, že napěťový proces byl stacionární, jehož charakteristiky zůstávají konstantní během celé doby života, takže k jejímu odhadu stačil jediný úsek pozorování.

Jiná situace nastává, pokud jde o **nestacionární zatěžovací proces**. V tomto případě nelze z jednoho pozorování odhadovat dobu života, ale je zapotřebí měřit trvale nebo opakovaně. To je právě případ rotorů vystavených proměnným provozním podmínkám.

Ať celková doba sledování provozu T_o je složena z n_o úseků měření, z nichž každé trvalo T_{on} sekund. Za předpokladu, že v celém procesu v trvání T_o sekund byly zachyceny všechny režimy úměrně (jak poškozující, tak i nepoškozující), potom celkovou dobu života rotoru lze vyjádřit vztahem

$$L = k_d \frac{T_o}{\sum_n T_{on}} \sum_n \frac{T_{on}}{D_{on}} \quad (19)$$

Zbytková životnost rotoru potom je

$$L_r = L - T_o = T_o \left(\frac{k_d}{\sum_n T_{on}} \sum_n \frac{T_{on}}{D_{on}} - 1 \right) \quad (20)$$

4. Syntetická Wöhlerova křivka

V případě, že není známa Wöhlerova křivka materiálu v kritickém místě, je zapotřebí ji odhadovat ze zkušenosti a empirických vztahů. Za tím účelem je zapotřebí odhadovat ${}^n\beta$, ${}^n s_{cm}$, ${}^n N_{cm}$, ${}^n w_m$. Koeficient ${}^n\beta$ lze odhadovat z ${}^n K_t$ pomocí formule

$${}^n\beta = \frac{\beta ({}^n K_t)}{k_V k_q}, \quad (21)$$

kde k_V a k_q jsou koeficienty respektující velikost součásti a k_q koeficient jakosti povrchu součásti. Index n vlevo nahoře charakterizuje typ vrubu a způsob zatěžování součásti. Existuje opět řada formulí pro výpočet koeficientu $\beta(^nK_t)$, který bychom mohli také nazvat koeficientem efektivní koncentrace napětí. Např. podle Neuberovy formule platí, že

$$\beta(^nK_t) = 1 + \frac{{}^nK_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{A}{\rho}}}, \quad (22)$$

kde $A[mm]$ je Neuberův koeficient vyjadřující velikost materiálových zrn a $\rho[mm]$ je poloměr křivosti zaoblení v kořeni vrubu. Pro \sqrt{A} jsme našli regresní vztah k datům z tabulky 3.

$$\sqrt{A} = 289.1/R_m - 0.1217, \quad (23)$$

kde mez pevnosti materiálu R_m se udává v MPa.

4.1 Teoretický koeficient koncentrace napětí

Po dlouhou dobu byla hlavním zdrojem pro určení teoretického koeficientu koncentrace napětí práce Neuberova [4]. V posledních dvou desetiletích se problémem stanovení nK_t zabývali Nisitani, Noda a jejich týmy (viz[5] až [10]), kteří vypočítali teoretické hodnoty nK_t numericky pro řadu vrubů a zatížení. Výsledkem jejich studií byly korekce na Neuberovy koeficienty. Protože šlo o zdlouhavý postup, zpracovali jsme jejich výsledky přímo do formulí pro určení nK_t . Pro něj jsme zvolili jednotnou náhradní funkci

$${}^nK_t = 1 + \mathbf{x}_K^T {}^n\mathbf{C}_K \mathbf{y}_K, \quad (24)$$

v níž

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_K &= [p_1(x), p_2(x), \dots, p_5(x)]^T, \\ \mathbf{y}_K &= [y^{-2}, y^{-3}, y^{-4}, y^{-5}]^T, \\ {}^n\mathbf{C}_K &\in \mathcal{R}^{5,4}, \end{aligned} \quad (25)$$

jsou \mathbf{x}_K je vektor hodnot ortogonálních polynomů $p_K(x)$, kde $x = \xi^{c_x}$,
kde $\xi = (D - d)/D$ vyjadřuje zúžení profilu ve vrubu,

\mathbf{y}_K je vektor mocnin převrátných hodnot k $y = \eta^{c_y}$,
kde $\eta = \rho/D$ vyjadřuje relativní zaoblení v kořeni vrubu a

${}^n\mathbf{C}_K$ je matice koeficientů lineární kombinace v bilineární formě (24).

n	$p_1(x)$	$p_2(x)$	$p_3(x)$	$p_4(x)$	$p_5(x)$	$p_6(x)$
7	0	0	0	0	0	95.3333
6	0	0	0	0	-33.0000	-333.6667
5	0	0	0	12.0000	99.0000	458.3333
4	0	0	-4.6667	-30.0000	-111.0000	-311.6667
3	0	2.0000	9.3333	26.0000	57.0000	108.3333
2	-1.0000	-3.0000	-5.6667	-9.0000	-13.0000	-17.6667
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0	0	0	0	0	0	0

Tabulka 1: Koeficienty ortogonálních polynomů pro výpočet nK_t .

Neznámými v regresi jsou ${}^n c_x$, ${}^n c_y$ a ${}^n \mathbf{C}$, všechny závislé na typu vrubu a zatížení n . Ortogonální polynomy $p_k(x)$ byly voleny tak, aby vyhovovaly nulovým okrajovým podmínkám pro $x = 0$ a $x = 1$. Jejich koeficienty (kromě prvního, který byl zvolen) byly určeny Gram-Schmidtovým ortogonalizačním postupem a jsou uvedeny v tabulce .

Aby tato funkce byla nulová pro $R_m = 0$ bez ohledu na R_a a podobně pro $R_a = 0$ při libovolném R_m , musí být prvky vektoru \mathbf{y}_q polynomy s nulovými absolutními členy. Dalším zobecněním regresní funkce vedoucím k přesnější náhradě je zavedení proměnných ve složitějších tvarech, totiž

$$\begin{aligned} x_q &= R_m^{c_{q1}^2} \\ y_q &= R_a^{c_{q2}^2} \end{aligned} \quad (28)$$

Exponenty c_{q1}^2 a c_{q2}^2 jsou nezáporné regresní koeficienty, které zaručují, že se k regresi použijí vždy funkce mocninné, nikoliv však polytropny. Vektory \mathbf{x}_q a \mathbf{y}_q potom mají tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_q &= [1, x_q, x_q^2, \dots, x_q^{n_x}]^T \\ \mathbf{y}_q &= [y_q, y_q^2, \dots, y_q^{n_y}]^T \end{aligned} \quad (29)$$

Nezávislými regresními koeficienty jsou $\mathbf{c}_q = [c_{q1}^2, c_{q2}^2]^T$, zatímco \mathbf{C}_q je matice neznámých koeficientů závislých na \mathbf{c}_q . Postup jejich hledání je podobný postupu uvedenému v předcházející kapitole. Z aktuálních exponentů \mathbf{c}_q se neznámá matice \mathbf{C}_q vypočte za pomoci rov. (27) jako

$$\mathbf{C}_q = \mathbf{X}_q^{T+} \left[\sqrt{\mathbf{U} - \mathbf{K}_q} \right] \mathbf{Y}_q^+, \quad (30)$$

kde \mathbf{U} je matice složená ze samých jedniček, stejného typu jako \mathbf{K}_q . Výpočet \mathbf{c}_q a \mathbf{C}_q se uskutečnil obvykle 10-krát, startován vždy z počátečních hodnot vektoru \mathbf{c}_q generátorem pseudonáhodných čísel. Za výsledné řešení se přijalo to, které poskytlo minimální chybu ve smyslu Čebyševovy normy vektoru reziduí. To poskytlo exponenty $\mathbf{c}_q = [0.7038, 0.6475]$ a matici regresních koeficientů

$$\mathbf{C}_q = \begin{bmatrix} -3.5453\text{e-}001 & 1.1137\text{e-}001 & -1.0135\text{e-}002 \\ 4.6211\text{e-}002 & -1.4324\text{e-}002 & 1.3361\text{e-}003 \\ -5.9041\text{e-}004 & 1.9639\text{e-}004 & -1.8701\text{e-}005 \end{bmatrix} \quad (31)$$

4.3 Koeficient velikosti součásti

Životnost součásti závisí na její velikosti. Obecně lze říci, že čím větší je součást, tím menší je její životnost při stejné dynamické napjatosti, což lze vyjádřit nepřímým vztahem

$$s_{cV} = k_V s_c, \quad (32)$$

kde $k_V < 1$ je koeficient vyjadřující pokles meze únavy s_c zjištěné na vzorku o rozměru d na mez únavy s_{cV} vzorku o rozměru D . Z experimentů bylo odvozeno, že efektivní mez únavy je závislá na objemu součásti a tedy na třetí mocnině jejího charakteristického rozměru v kritickém místě. Závislost k_V na objemu je exponenciální a má tvar

$$k_V = \left(\frac{V_D}{V_d} \right)^m = \left(\frac{D}{d} \right)^{3m}. \quad (33)$$

Zde V_D je exponovaný objem velkého tělesa, V_d podobný objem malého tělesa a m exponent, který u ocelí nabývá hodnot $-0.06 \leq m \leq -0.03$. Podle lit. [14] má hodnotu $m = -0.034$ pro uhlíkové oceli a $m = -0.040$ pro legované oceli a rovnoměrné rozložení napjatosti, tedy pro hladký profil v zatěžovacím režimu tah – tlak.

V případě, že průběh napjatosti po průřezu není rovnoměrný, je třeba výše uvedený koeficient modifikovat na trend nominálního napětí. K tomu dochází běžně u ohybu a krutu. Potom vztah pro koeficient velikosti součásti má modifikovaný tvar

$$k_V = \left(1 + \sqrt{\gamma A} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^{3m} \quad (34)$$

R_m [MPa]	375	500	750	1000	1250	1500
\sqrt{A} [mm ^{1/2}]	0.650	0.455	0.265	0.168	0.110	0.070

Tabulka 3:

Odečtené souřadnice bodů závislosti \sqrt{A} na mezi pevnosti R_m

Velikost Neuberova koeficientu A [mm] souvisí s velikostí zrn materiálu, a byla již uvedena výše a získána regresí dat z [14]: Poměrný gradient γ se pro typické vruby a zatížení počítá podle vzorců uvedených tamtéž.

4.4 Mez únavy a exponent Wöhlerovy křivky ve vrubu

Chybějící údaje pro výpočet poškození se opět odhadují z formulí:

σ_{cS}, τ_{cS} – meze únavy vrubované součásti,

$$s_{cS} = s_c \frac{k_V k_q}{\beta}$$

w_S – exponentu syntetické Wöhlerovy křivky

$$w_S = 3 + 12 \left(\frac{k_V k_q}{\beta} \right)^2$$

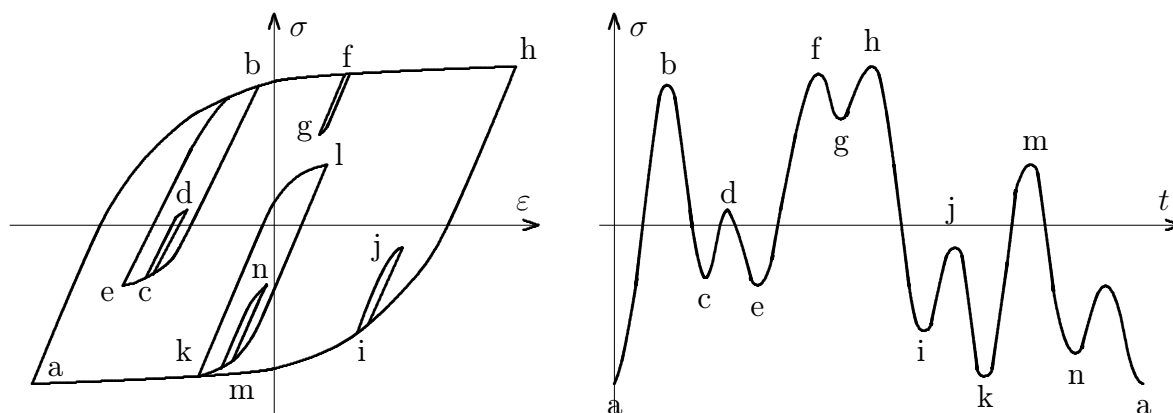
N_{cS} – počtu cyklů na zlomu SWC do s_{cS}

$$N_{cS} = 10^{(c-2.5/w_S)}$$

kde $c = 6, 4$ pro tah-tlak a ohyb a $c = 7$ pro krut

5. Vyhodnocení napěťového procesu

Pokud měříme napětí na povrchu rotoru, zjišťujeme, že ve většině případů je napětí jako funkce času harmonickým, nebo alespoň úzkopásmovým procesem. Bylo by proto možno ke každému cyklu napětí přiřadit jisté relativní poškození. U složitějších procesů, jako jsou přechodové děje nebo směsi několika harmonických složek, vede tento postup ke zkresleným výsledkům. V tom případě se osvědčilo rozkládat složitý děj na tzv. uzavřené (plné) cykly. Tento přístup, který může být použit i pro úzkopásmové děje, je popsán dále.



5.1 Metoda stékání deště (rain-flow)

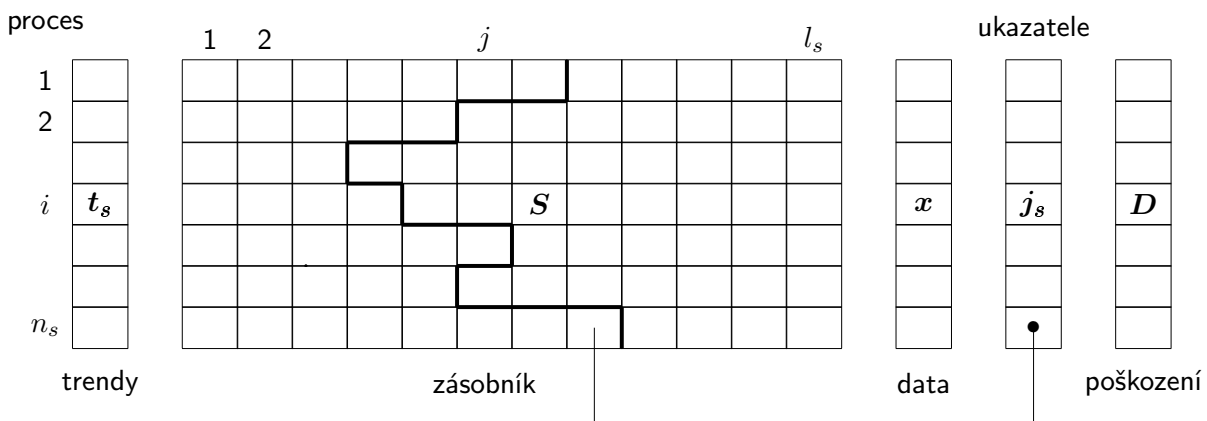
V roce 1968 na jakémsi oblastním zasedání japonské společnosti strojních inženýrů odezval referát pánů Matsuishi a Endo [11], který se s ohledem na jazykovou bariéru stal známý až po několika letech, když pan Dowling opublikoval jejich metodu nazývanou poeticky "rain-flow"

method” v angličtině [12]. Takřka současně s ní se objevila v Rusku metoda nazývaná ”metoda plných cyklů”. Cílem obou metod je dekompozice složitého procesu na do sebe vnořené ukončené cykly odpovídající uzavřeným hysterezním smyčkám zatěžovaného dílu. Plocha uzavřená každou i dílčí hysterezní smyčkou v diagramu σ - ε představuje energii, která se spotřebovala na plastické deformace materiálu a tedy k jeho poškození. Obě metody mnohem lépe interpretují fyzikální podstatu děje než metody jiné. Z tohoto důvodu také využití uzavřených napěťových cyklů získaných dekompozicí zatěžovacího procesu k odhadu poškození podle zákona lineární kumulace dává podstatně lepší výsledky než s použitím jiných metod. Problémem ovšem bylo programové zvládnutí metody. To se však podařilo brzy po oznámení nového přístupu k vyhodnocování poškození (viz [13] a [12]).

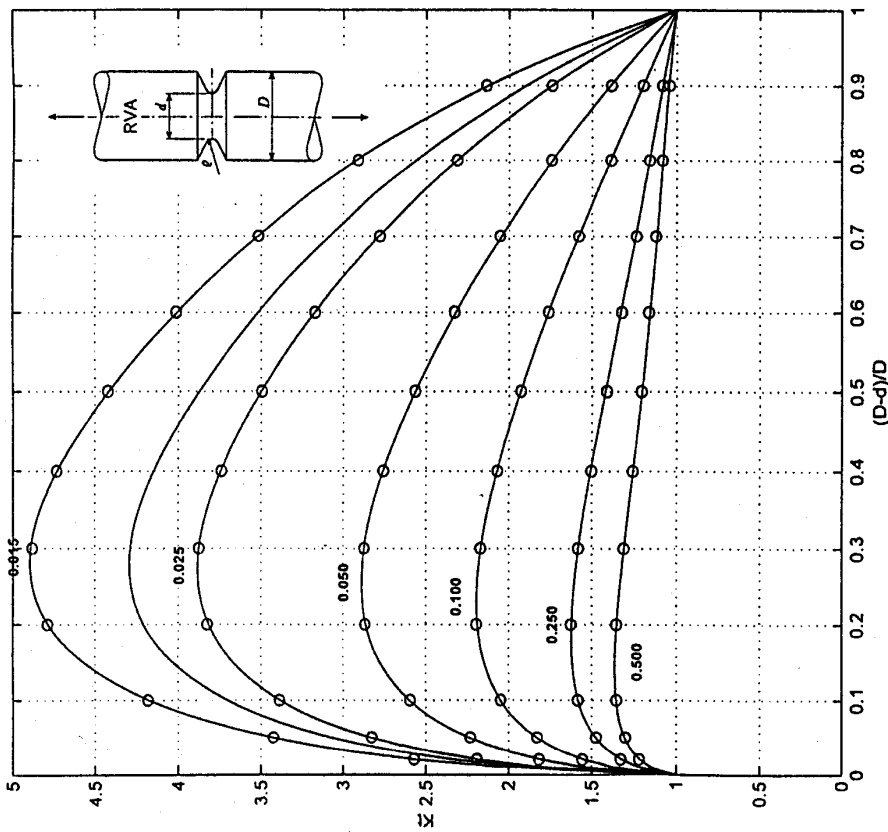
Naše metoda byla na rozdíl od originálu rozšířena ještě o frekvenční analýzu cyklů. Jejím výsledkem byly tříparametrické histogramy půlcyklů vytvořené v reálném čase, z nichž se následně vyhodnocovalo poškození. Výhodou frekvenční analýzy byla možnost posuzování účinků rezonančních kmitů na proces poškozování.

5.2 Mnohokanálová verze dekompozice procesů

V poslední době se vynořila potřeba vyhodnocovat v reálném čase poškození v mnoha místech současně. Bylo proto zapotřebí upravit stávající postup pro možnost současného zpracování řady signálů. Při tom nebyl vznesen požadavek na frekvenční analýzu poškozovacího procesu. S ohledem na ohromné paměťové nároky histogramů pro serii signálů, upustilo se i od jejich načítání. Potom ihned po nalezení plného (uzavřeného) cyklu se vypočítá jím vyvolané poškození. Situace je však proti jednokanálové verzi komplikovanější o skutečnost, že uzavřené cykly vznikají v různých místech a tím i procesech v nestejných časech a že je tedy třeba analyzovat každý proces samostatně, i když paralelně s ostatními procesy. Nový algoritmus vícekanálového zpracování procesů metodou rain-flow využívá vektory a zásobník-matici \mathbf{S} , které jsou přehledně uvedeny v obrázku.



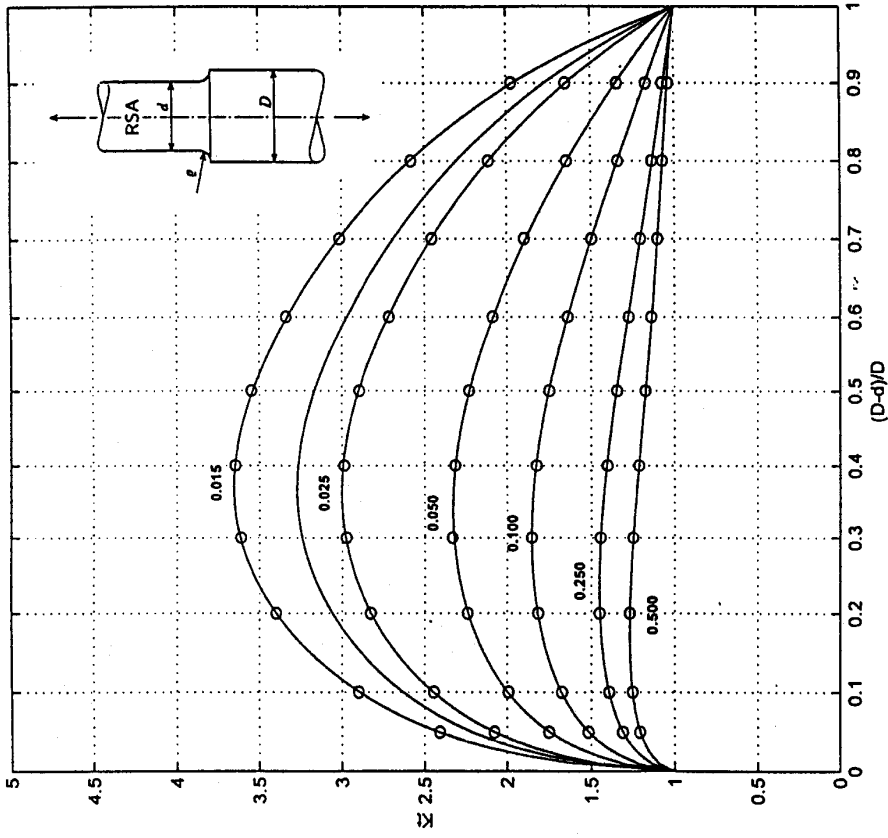
Všechny vektory jsou dimenze n_s , kde n_s je počet signálů – procesů určených ke zpracování. Vektor \mathbf{t}_s obsahuje trendy procesů indexovaných $1 \leq i \leq n_s$. Vektor \mathbf{x} obsahuje vždy poslední vektor vzorků odebraných z měřených procesů, kdežto vektor \mathbf{D} velikosti průběžně kumulovaných poškození. Matice \mathbf{S} typu (n_s, l_s) slouží jako zásobník extrémů, které dosud nevytvořily úplné cykly. Vektor \mathbf{j}_s indexů posledně obsazených sloupců matice \mathbf{S} pro jednotlivé procesy. Počet l_s sloupců matice \mathbf{S} musí být dostatečný pro uložení nejdelší posloupnosti nezpracovaných extrémů, které jsou uschovány vlevo od silně vytažené hranice procházející maticí \mathbf{S} . Algoritmus i programová realizace v jazyku MATLAB 5 jsou uvedeny v [15].



% RVA (Round, V-notch, Axial)			
-1.6522	2.9994	-0.7608	0.0737
-0.3384	2.3753	-1.4160	0.2339
4.1480	-5.5722	2.5680	-0.3658
-0.6792	1.2398	-0.5324	0.0542
0.1185	0.4036	-0.4166	0.1070

0.6451	0.2362	0.0200	0.9000
0.5579	0.2673	0.0150	0.5000

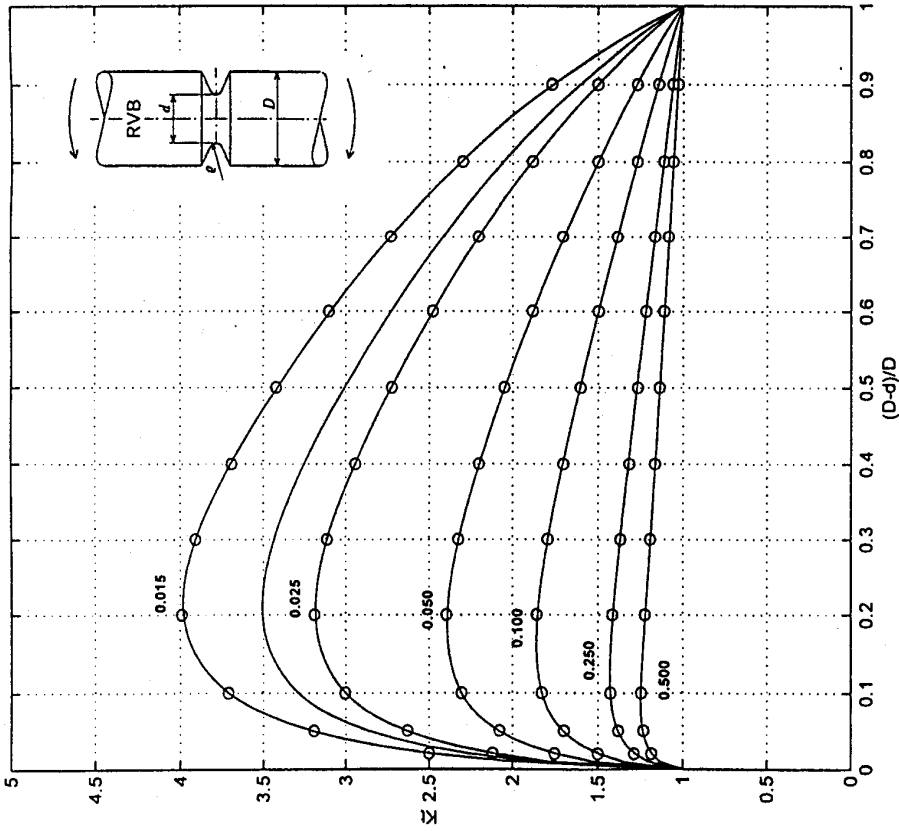
Obrázek 4: Koefficient koncentrace napětí "Kt



% RSA (Round, Shoulder, Axial)			
14.3628	-37.3864	29.4995	-5.9567
-38.3112	87.9219	-64.2205	15.0911
23.0534	-42.8352	23.5919	-3.0916
-12.8595	21.7758	-9.6032	0.5325
-37.8659	95.1509	-79.2048	21.9628

0.6970	0.1000	0.0500	0.9000
0.5113	0.2201	0.0150	0.5000

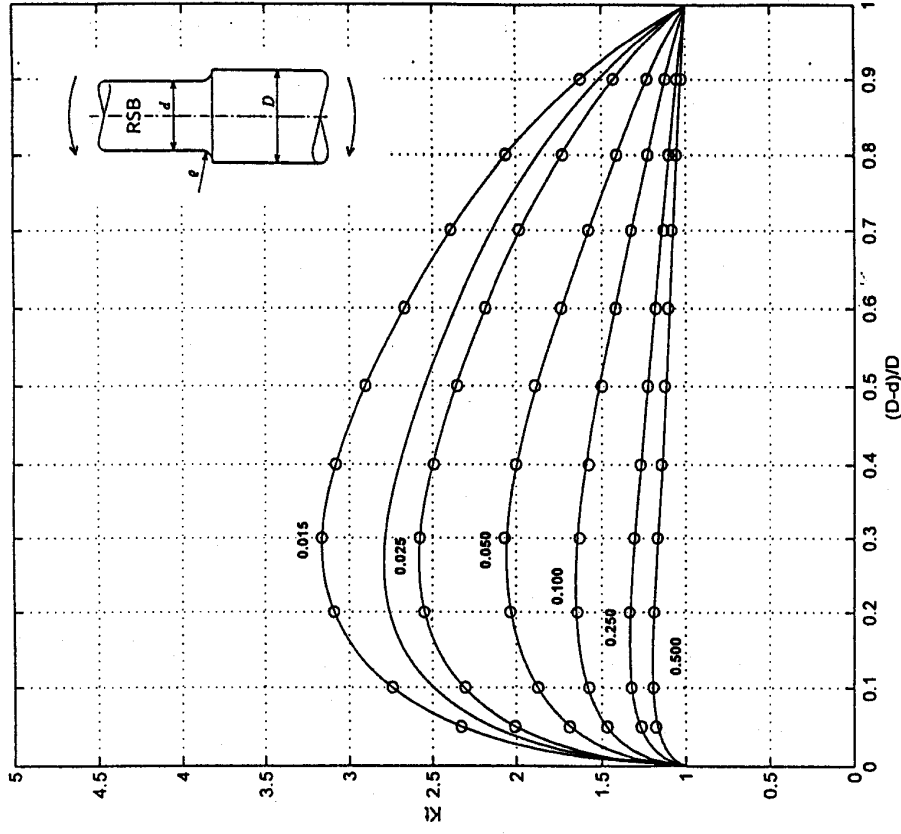
Obrázek 7: Koefficient koncentrace napětí "Kt



% RVB (Round, V-notch, Bending)		
-0.9546	1.7172	-0.3811 0.0290
-0.6711	1.9695	-0.9084 0.1291
1.2226	-0.9075	0.3545 -0.0370
1.2147	-1.0873	0.3996 -0.0577
0.6010	-0.4576	0.1057 0.0017

0.6395	0.2480	0.0200 0.9000
0.4110	0.2253	0.0150 0.5000

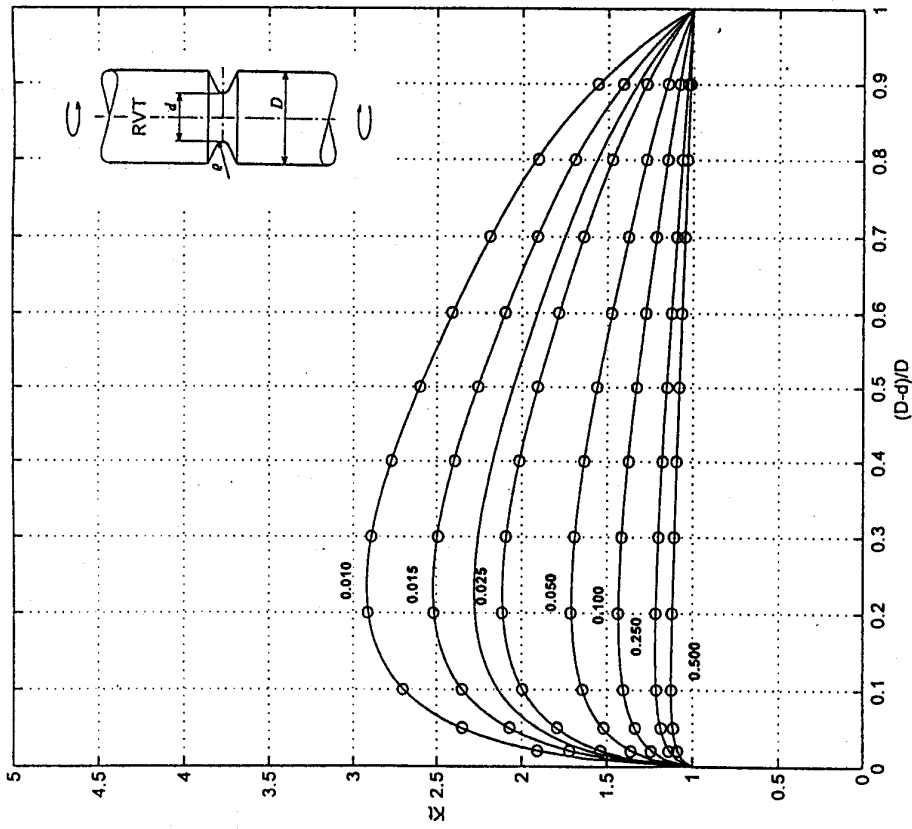
Obrázek 5: Koefficient koncentrace napětí "Kt"



% RSB (Round, shoulder, Bending)		
0.3990	-0.0233	-0.0051 0.0006
0.5843	-0.2283	0.0340 -0.0018
0.6924	-0.3829	0.0754 -0.0048
0.1309	-0.0159	-0.0049 0.0006
-0.1014	0.1382	-0.0344 0.0025

0.6785	0.4655	0.0500 0.9000
0.9300	0.3981	0.0150 0.5000

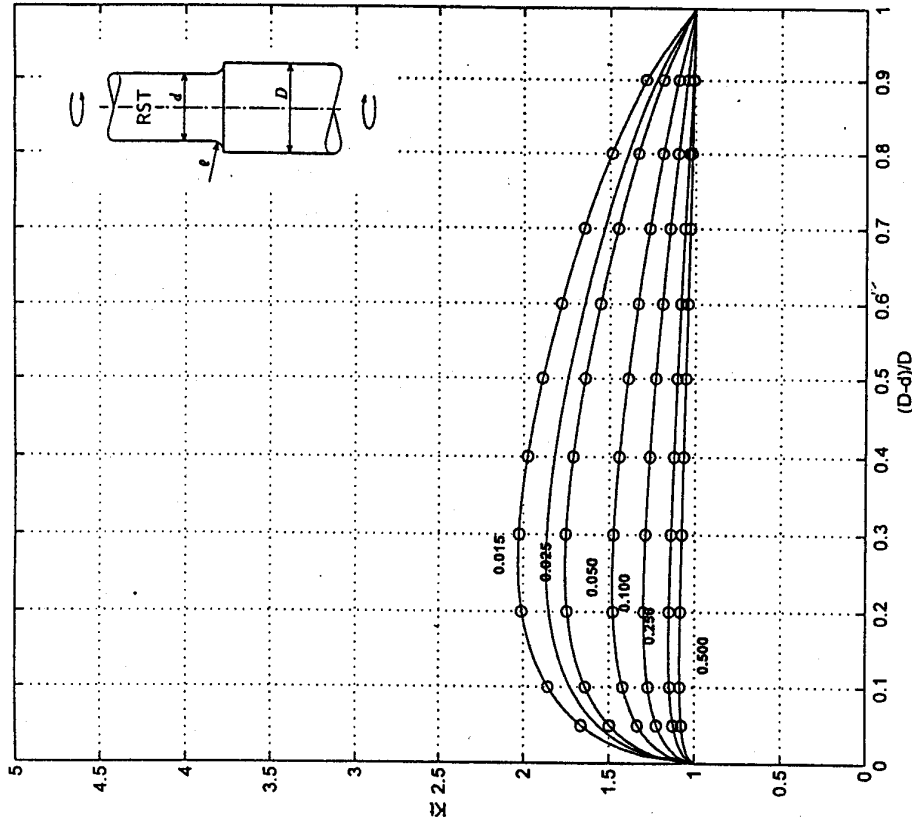
Obrázek 8: Koefficient koncentrace napětí "Kt"



% RVT (Round, V-notch, Torque)		
-0.5424	0.7371	0.0546
-0.5394	1.2792	-0.5787
0.7658	-0.8293	0.4064
-0.1544	0.7249	-0.4469
-0.0410	0.4526	-0.3409

0.6601	0.2098	0.0200
0.4909	0.2172	0.0100

Obrázek 6: Koefficient koncentrace napětí "Kt"



% RST (Round, shoulder, Torque)		
5.7744	-13.9186	10.1701
-5.6001	11.5741	-7.3316
-5.0089	13.3690	-11.6788
-3.0636	6.2668	-3.6547
14.1124	-30.7907	21.8907

0.6322	0.1044	0.0500
0.3078	0.1049	0.0150

Obrázek 9: Koefficient koncentrace napětí "Kt"

6. Závěr

Problém predikce poškozování rotorů a jejich částí je velmi komplikovaný jak geometricky, tak i vlivem složitosti zatěžování a odezev včetně neurčitých materiálových charakteristik. Příspěvek je třeba chápat jako pokus o podání jistého přehledu postupů, které je možno užít pro stanovování odhadů zbytkové životnosti rotorů. S ohledem na neurčitosti v popisu provozních stavů, jim odpovídajících materiálových parametrů a ne zcela dokonalých modelů procesu poškozování lze očekávat značný rozptyl výsledných odhadů. Přesto mohou být dobrým vodítkem při rozhodování o nutných revizích turbostrojů.

Literatura

- [1] M. Balda: Dynamic Properties of Turboset Rotors. In: Dynamics of Rotors, Proc. Symp. IUTAM, Lyngby 1974, ed. F. I. Niordson, Springer, Berlin, 1975
- [2] R. Gasch, H. Pfützner: Rotordynamik – Eine Einführung. Springer, Berlin, 1975
- [3] B. Noble, J. W. Daniel: Applied Linear Algebra. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1977
- [4] H. Neuber: Kerbspannungslehre. Springer, Berlin, 1937
- [5] H. Nisitani, N. A. Noda: Stress concentration of a cylindrical bar with a V-shaped circumferential groove under torsion, tension or bending. Eng. Fracture Mech., Vol. 20, No 5/6, pp. 743-766, 1984
- [6] H. Nisitani, N. A. Noda: Stress concentration of a strip with double edge notches under tension or in-plane bending. Eng. Fracture Mech., Vol. 23, No 6, pp. 1051-1065, 1986
- [7] N. A. Noda, H. Nisitani: Stress concentration of a strip with a single edge notch. Eng. Fracture Mech., Vol. 28, No 2, pp. 223-238, 1987
- [8] N. A. Noda, M. A. Tsubaki, H. Nisitani: Stress concentration of a strip with V- or U-shaped notches under transverse bending. Eng. Fracture Mech., No 1, pp. 119-133, 1988
- [9] N. A. Noda, M. Sera, Y. Takase: Stress concentration factors for round and flat specimens with notches. Int. J. Fatigue, Vol. 17, No. 3, pp. 163-178, 1995
- [10] N. A. Noda, Y. Takase, K. Monda: Stress concentration factors for shoulder filets in round and flat bars under various loads. Int. J. Fatigue, Vol. 19, No 1, pp. 75-84, 1997
- [11] Matsuishi M., Endo T.: Fatigue of metals subjected to varying stress. Kyushu District meeting of Japan Society of Mechanical Engineers, Japan, March 1968
- [12] S. D. Dowling, D. F. Socie: Simple Rainflow Counting Algorithms. Int. Jour. of Fatigue, Vol. 4., No 1, pp. 1-31, 1982
- [13] M. Balda: Softwarové zabezpečení analýzy měření provozních zatížení. IN: Prevádzkové zaťaženie strujných a stavebných konštrukcií. Sborník ze semináře SVTS - DT Košice, 1976
- [14] M. Růžička, M. Hanke, M. Rost: Dynamická pevnost a životnost. Ediční středisko ČVUT, Praha, 1989
- [15] M. Balda: Vícekanálové sledování kumulace poškození v reálném čase. IN: Sborník kolokvia „Dynamika strojů“, ÚT AVČR, Praha, 1996
- [16] H.-J. Bartsch: Matematické vzorce. SNTL, Praha, 1963