

VYVAŽOVÁNÍ ROTOROVÝCH SOUSTAV - 1. část

Prof. Ing. Miroslav Balda, DrSc.

Ústav termomechaniky AVČR, Veleslavínova 11, 301 14 Plzeň,
tel.: 019 - 7236584, fax.: 019 - 7220787, mbalda@ufy.zcu.cz

1. Úvod

Rotor při svém rozběhu, doběhu a i provozu pracuje v jistém okolí vlastních frekvencí a při jejich míjení dochází k rezonančním jevům s více či méně intenzivními vibracemi stroje. Tyto jevy nejsou jen nepříjemné, ale jsou i škodlivé jak pro člověka tak i prostředí. Člověka obtěžují hlukem i chvěním, stroj pak zvýšeným dynamickým namáháním, které se může projevit ve snížení životnosti částí stroje jako jsou ložiska, potrubí, kryty a v nepříznivém případě i vlastní rotory a jejich lopatky. Vysoké hladiny vibrací vedou i k degradaci materiálu základů. Příčinou vibrací je vnější buzení, které má z valné části svůj původ v nevyvážených rotujících hmotnostech.

2. Citlivost rotoru na nevyváženost

Již v roce 1967 ukázal Skyba [5] na konkrétním turbinovém rotoru, že existuje (na rozdíl od systému s jedním stupněm volnosti) jisté optimální tlumení, při němž je odezva rotoru na nevyvážek minimální. Pro vysvětlení tohoto jevu jsme studovali chování nehmotného rotoru [6] o ohybové tuhosti k_r , nesoucího disk o hmotnosti m , uprostřed rozpětí mezi dvěma izotropními ložisky, každé o tuhosti k a koeficientu útlumu b . Předpokládali jsme, že rotor otáčející se konstantní úhlovou rychlostí ω je buzen nevyvážkem $u = \mu r$ o hmotnosti μ upevněné na poloměru r . Zavedeme-li bezrozměrné parametry

$$o = \eta^2 = \left(\frac{\omega}{\Omega_\infty} \right)^2, \quad p = 1 + \frac{k_r}{2k}, \quad q = \frac{\omega b}{k}, \quad (1)$$

můžeme odvodit citlivost rotoru na nevyvážek při libovolné konstelaci parametrů o, p, q ve tvaru

$$\left| \frac{my}{\mu r} \right| = \sqrt{\frac{o^2 (p^2 + q^2)}{(1 - op)^2 + q^2(1 - o)^2}} \quad (2)$$

Tento vztah popisuje amplitudovou charakteristiku relativní odezvy v závislosti na konstrukčních parametrech a frekvenci rotace. Kritické otáčky najdeme z podmínky extrému kvadrátu funkce z rov. (2). Ty nastanou pro hodnotu parametru

$$o = \frac{1 + q^2}{p + q^2}, \quad (3)$$

jemuž odpovídá relativní frekvence kritických otáček

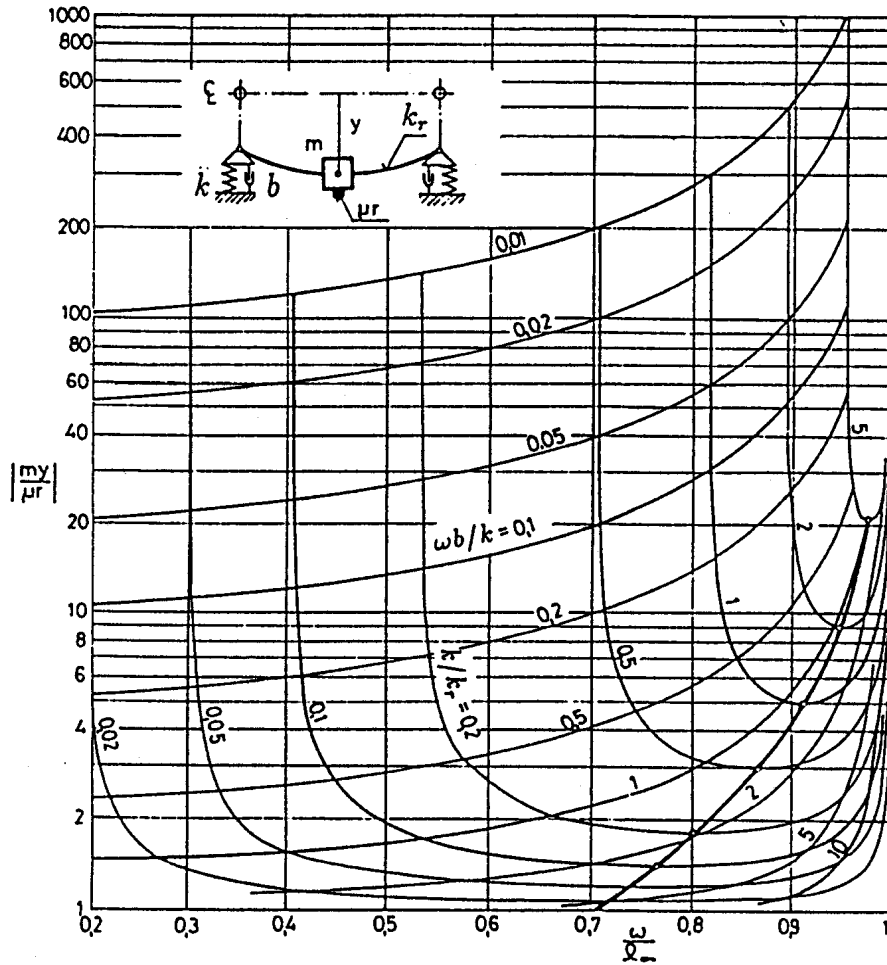
$$\frac{\omega}{\Omega_\infty} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\omega b}{k}}{1 + \frac{k_r}{2k} + \left(\frac{\omega b}{k}\right)^2}} \leq 1, \quad (4)$$

přičemž Ω_∞ je hodnota vlastní frekvence rotoru uloženého na nekonečně tuhých ložiskách. Relativní citlivost na nevyvážek v kritických otáčkách je

$$\left| \frac{my}{\mu r} \right| = \frac{\sqrt{(p^2 + q^2)(1 + q^2)}}{q(p - 1)} \quad (5)$$

Tato závislost je vynesena v obrázku 1. Z něj vyplývá, že příliš velký útlum ložisek je stejně špatný jako příliš malý útlum. Optimální útlum je ten, pro který špičková citlivost podle rov. (5) bude minimální. To nastane pro $q^2 = p$, takže optimální (minimální) citlivost rotoru na nevyvážek bude

$$\left| \frac{my}{\mu r} \right|_{\text{opt}} = \frac{p+1}{p-1} \quad \text{při} \quad \frac{\omega}{\Omega_\infty} = \sqrt{\frac{p+1}{2p}} \quad (6)$$



Obrázek 1: Citlivost rotoru při kritických otáčkách na nevyvážek

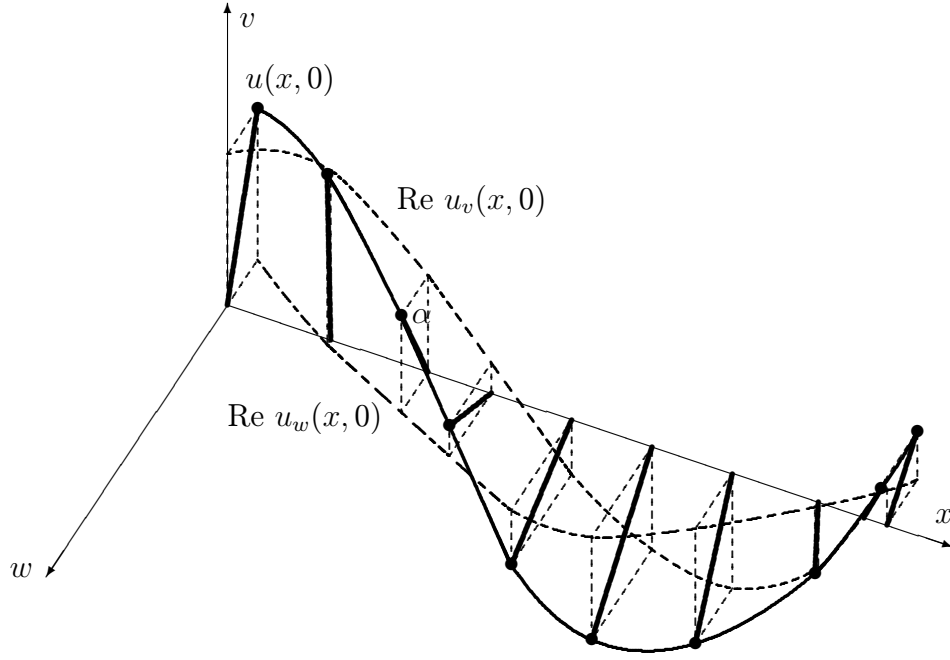
3. Vynucené příčné kmitání rotorů

Předpokládejme pro naše účely, že obecný izotropní rotor jako lineární kontinuum se otáčí v absolutním prostoru o osách v , w , x konstantní úhlovou rychlostí ω , a že je vystaven odstředivým silám od nevyváženosti $\mathbf{u}(x)$, kterou můžeme rozložit do složek

$$\mathbf{u}(x, t) = \begin{bmatrix} u_v(x, t) \\ u_w(x, t) \end{bmatrix} = u(x) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (7)$$

Zde použitou (komplexní) nevyváženost $u(x)$ lze zapsat i ve tvaru

$$u(x) = |u(x)| e^{i\alpha(x)}, \quad \text{kde} \quad \alpha(x) = \text{arctg} \frac{\text{Im } u_v(x, 0)}{\text{Re } u_v(x, 0)}, \quad (8)$$



Obrázek 2: Prostorová nevyváženost

pokud za referenční směr byl zvolen směr vertikální v . Ustálené krouživé kmitání od odstředivého silového zatížení je (viz [7])

$$\mathbf{q}(x) = \begin{bmatrix} v(x) \\ w(x) \end{bmatrix} = \omega^2 \int_0^l \mathbf{G}(x, \xi, \omega) \mathbf{u}(\xi) d\xi, \quad (9)$$

kde $\mathbf{G}(x, \xi, \omega)$ je matice Greenových rezolvent (příčinkových funkcí v místě x od síly působící v místě ξ při frekvenci rotace ω).

Diskrétní lineární model rotoru v obecných ložiskách popisuje systém n lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (10)$$

s pozitivně definitní hmotnostní maticí \mathbf{M} a obecně nesymetrickými maticemi tlumení \mathbf{B} a tuhosti \mathbf{K} . Tuto rovnici lze převést do stavového prostoru dimenze $2n$ pomocí modifikovaných stavových rovnic

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_S & \mathbf{O}_{2n,n} \\ \mathbf{O}_{n,2n} & \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_S(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_S & \mathbf{B}_S \\ \mathbf{C}_S & \mathbf{D}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_S(t) \\ \mathbf{f}(t) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

kde

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{O}_n & \mathbf{M} \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{O}_n \end{bmatrix} & \mathbf{v}_S &= \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= [\mathbf{I}_n, \mathbf{O}_n] & \mathbf{D}_S &= \mathbf{O}_n & \mathbf{E}_S &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_n & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O}_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

Vlastní problém úlohy vyplyne z homogenizované 1. rovnice (11) ve tvaru

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_S \mathbf{V} \Lambda &= \mathbf{A}_S \mathbf{V} \\ \mathbf{E}_S \mathbf{W} \Lambda^H &= \mathbf{A}_S^H \mathbf{W}, \end{aligned} \quad (13)$$

kde Λ je spektrální matice, V je modální matice pravostranných vlastních vektorů a W je modální matice adjungované úlohy (levostranných vlastních vektorů). Všechny zde zmíněné matice jsou komplexní.

Po vynásobení 1. rovnice zleva maticí W^H dostaneme

$$W^H E_S V \Lambda = W^H A_S V \quad (14)$$

Provedeme-li totéž s 2. rovnicí a maticí V^H , dostaneme po hermitovské transpozici výsledku

$$\Lambda W^H E_S V = W^H A_S V \quad (15)$$

Protože se pravé strany rovnají, musí být stejné i levé, totiž

$$\Lambda W^H E_S V = W^H E_S V \Lambda \quad (16)$$

S ohledem na diagonálnost spektrální matice Λ musí být pro splnění této podmínky i matice $W^H E_S V$ diagonální. Je potom výhodné normalizovat modální matice tak, aby

$$\begin{aligned} W^H E_S V &= I_{2n} \\ W^H A_S V &= \Lambda \end{aligned} \quad (17)$$

Tyto dvě rovnice vyjadřují tzv. **podmínky ortonormality** vlastních tvarů kmitání.

Aplikujme na rov. (11) Fourierovu transformaci. Pro nulové počáteční podmínky dostaneme z 1. rovnice

$$v_S(\omega) = [i\omega E_S - A_S]^{-1} B_S f(\omega) \quad (18)$$

a z druhé rovnice potom

$$q(\omega) = \{C_S [i\omega E_S - A_S]^{-1} B_S + D_S\} f(\omega) \quad (19)$$

Výraz ve složené závorce představuje matici $G(\omega)$ frekvenčních přenosů buzení na výchylky. Ten dále upravme na

$$G(\omega) = [I_n, O_n] V [i\omega W^H E_S V - W^H A_S V]^{-1} W^H \begin{bmatrix} I_n \\ O_n \end{bmatrix}, \quad (20)$$

odkud matici **frekvenčních přenosů** lineární soustavy (rotoru) vypočteme jako

$$G(\omega) = V_q [i\omega I_{2n} - \Lambda]^{-1} W_q^H, \quad (21)$$

kde indexy q vyjadřují výchylkovou část modálních matic.

4. Vyvažování pružných rotorů

V procesu vyvažování přidáváme k neznámé počáteční nevyváženosti $u_o(x)$ jinou nevyváženost $u_b(x)$ takovou, aby odezva podle rov. (9) vyvolaná zbytkovou nevyvážeností

$$u_r(x) = u_o(x) + u_b(x) \quad (22)$$

byla v požadovaném intervalu frekvencí rotace přijatelná. Z praktických důvodů má přídatná nevyváženost $u_b(x)$ diskrétní charakter daný umístěním a počtem tzv. vyvažovacích rovin:

$$u_b(x) = \sum_{s=1}^S u_{bs} \delta(x - x_s), \quad (23)$$

kde $\delta(x - x_s)$ je Diracův impuls v bodě $x = x_s$, x_s je poloha a s index vyvažovací roviny a u_{bs} je vývažek v bodě $x = x_s$.

4.1. Bodové vyvažování

Bodové vyvažování rotorů se provádí odedávna. Původní jeho verze byla zkusmá, realizovaná v řadě vyvažovacích běhů rotoru – jízd. Při nich se sledovalo, jak se mění vibrace v závislosti na velikosti, poloze a natočení jednotlivých závaží. Proces konvergoval velmi pomalu. Rozvoj měřicí techniky celou záležitost usnadnil v tom, že umožnil měřit s dostatečnou přesností amplitudu i fázi kmitání konstrukce $\mathbf{q}(x_m)$ zvolených v místech x_m . Diskretizací míst buzení i měření vznikl analog k rovnici (9):

$$\mathbf{q}_{jk} = \omega_k^2 \mathbf{G}(\omega_k) \mathbf{u}_j, \quad (24)$$

kde vektor \mathbf{q}_{jk} má za prvky měřené odezvy (vibrace) v j -té jízdě při frekvenci rotace ω_k a vektor \mathbf{u}_j je součtem neznámé nevyváženosti \mathbf{u}_o koncentrované do vyvažovacích rovin a vektoru vývažků \mathbf{u}_{bj} obsahujícím v každé jízdě jen jeden zkušební vývažek s ostatními nulovými. Počáteční nevyváženost vyvolala při výchozí jízdě s indexem $j = 0$ vektor odezvy \mathbf{q}_o . Při j -té jízdě s počátečním nevyvážkem a se zkušebním vývažkem se naměří odezva \mathbf{q}_{jk} obsahující nejen účinek zabudovaného závaží, ale i počáteční nevyváženosti. Rozdíl odezvy $\mathbf{q}_{jk} - \mathbf{q}_{ok}$ je očištěným účinkem zkušebního nevyvážku \mathbf{u}_{bj} při vyvažovací frekvenci ω_k .

$$\Delta \mathbf{q}_{jk} = \mathbf{q}_{jk} - \mathbf{q}_{ok} = \omega_k^2 \mathbf{G}(\omega_k) (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_o) = \mathbf{G}_k \Delta \mathbf{u}_{bj}. \quad (25)$$

Odtud lze sestavit systém komplexních lineárních rovnic

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{q}_{11}, \dots, \Delta \mathbf{q}_{1J} \\ \Delta \mathbf{q}_{21}, \dots, \Delta \mathbf{q}_{2J} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{q}_{K1}, \dots, \Delta \mathbf{q}_{KJ} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{G}_K \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_m} \underbrace{[\Delta \mathbf{u}_{b1}, \Delta \mathbf{u}_{b2}, \dots, \Delta \mathbf{u}_{bJ}]}_{\mathbf{U}} \quad (26)$$

kde \mathbf{Q} je matice účinků bodových závaží tvořících diagonální matici \mathbf{U} a \mathbf{G}_m je matice frekvenčních přenosů nevyvážků na odezvy se submaticemi $\mathbf{G}_k = \omega_k^2 \mathbf{G}(\omega_k)$ při frekvenci ω_k . Sloupce matice \mathbf{Q} jsou tvořeny účinky zkušebních závaží ve všech měřicích místech při všech K vyvažovacích otáčkách. Řádky matice \mathbf{Q} obsahují subvektory účinků různých zkušebních vývažků $\Delta \mathbf{q}_{ik}$ při stejných vyvažovacích otáčkách v J jízdách. Protože je systém (26) lineární, pak lineární kombinace vektorů nevyvážků vyvolá stejnou lineární kombinaci jejich účinků. Proto lze žádat, aby zatím neznámá lineární kombinace zkušebních vývažků vynulovala odezvu při všech vyvažovacích otáčkách

$$\mathbf{q}_o + \mathbf{Q} \mathbf{c} = \mathbf{o} = \mathbf{q}_o + \mathbf{G}_m \mathbf{U} \mathbf{c} \quad (27)$$

Odtud lze z levé části rovnosti vypočítat vektor koeficientů lineární kombinace závaží jako

$$\mathbf{c} = -\mathbf{Q}^+ \mathbf{q}_o, \quad (28)$$

kde \mathbf{Q}^+ je pseudoinverzní matice ke \mathbf{Q} , a výslednou skupinu závaží

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{U} \mathbf{c}. \quad (29)$$

Nalezené řešení je optimální ve smyslu nejmenších čtverců odchylek – reziduálních vibrací. Na tento postup přišel nejdříve Juliš [3] a teprve po něm často citovaný Goodman (viz [4]). S ohledem na stav výpočetní techniky, která v té době znala pouze sálové počítače a nebyla proto při vyvažování operativně k dispozici, myšlenky obou zapadly a byly až po létech znovu objeveny (viz [8], [9]).

4.2. Skupinové vyvažování

V minulosti se vyvažovací rovnice řešily jen přibližně grafickopočetním způsobem a skládáním účinků jednotlivých závaží. Bodové vyvažování však vedlo na matice \mathbf{Q} , v nichž byla vysoká korelovanost mezi sloupci, protože bodové buzení obsahující impuls $\delta(x - x_s)$ lze rozložit rovnoměrně do všech vlnových délek. To mělo za následek, že řešení vyvažovacích rovnic ne vždy konvergovalo pro špatnou podmíněnost úlohy. To objevil náš vynikající technik Ing. Šimek [1], který dávno před slavným Prof. Bishopem [2] začal užívat k vyvažování modální přístup, který nazval skupinovým vyvažováním.

Skupinové vyvažování se liší od bodového tím, že místo osamělých zkušebních vývažků připevňovaných postupně do jednotlivých vyvažovacích rovin používá při každé jízdě skupinu vývažků obsahující vždy několik vývažků v různých vyvažovacích rovinách. S těmito skupinami se potom pracuje zcela stejně, jako tomu bylo u jednoduchých zkušebních vývažků.

Obecná skupina zkušebních závaží $\Delta\tilde{\mathbf{u}}_j$ je součtem bodových zkušebních vývažků

$$\Delta\tilde{\mathbf{u}}_j = \Delta\mathbf{u}_{sj} \delta(x - x_s) \quad (30)$$

Postupným připojováním těchto skupin získáme z vyvažovacích jízd odezvy opět podle rovnice (26), avšak s tím rozdílem, že matice \mathbf{U} nebude již pouze diagonální, ale bude obsahovat i mimodiagonální prvky. I řešení těchto vyvažovacích rovnic má stejný tvar (28) jako u bodového vyvažování. Vektor obecně komplexních koeficientů optimální lineární kombinace závaží se však v tomto případě aplikuje na celé *skupiny* zkušebních vývažků podle rov. (29). Protože postup je stejný jako v předcházejícím případě, lze na bodové vývažky hledět jako na degenerované vyvažovací skupiny.

Zatím nebyla kladena na zkušební vyvažovací skupiny žádná podmínka, takže by se mohlo zdát, že mohou být libovolné. Ve skutečnosti však platí tato omezení:

- a) V S vyvažovacích rovinách lze vytvořit maximálně S nezávislých zkušebních skupin.
- b) Je-li počet jízd $J > S$, je v matici \mathbf{U} alespoň $J - S$ lineárně závislých skupin, které vygenerují stejný počet lineárně závislých odezev.
- c) Libovolná volba skupin nemusí být optimální.

4.3. Modální vyvažování

Je speciálním typem skupinového vyvažování označovaným také jako tvarové vyvažování. Řeší omezení formulované v bodě c) předchozího odstavce. Využívá se při tom skutečnosti, že vyvažovací skupiny, jejichž vývažky jsou afinní k jistému tvaru kmitu, vyvolávají jen tento tvar, zatímco k ostatním tvarům kmitu jsou bez účinku. Bude-li rotor buzen skupinami \mathbf{U} , pak odezvy podle rov. (26) budou

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \omega^2 \mathbf{G}(\omega) \mathbf{U} \\ &= \omega^2 \mathbf{V}_q [i\omega \mathbf{I}_{2n} - \mathbf{\Lambda}]^{-1} \mathbf{W}_q^H \mathbf{U} \end{aligned} \quad (31)$$

V případě, že bude \mathbf{U} úměrná $\mathbf{M} \mathbf{V}_{11}$, budou sloupce matice \mathbf{Q} komplexními amplitudami vynuceného kmitání příslušného tvaru kmitu, jak vyplývá z frekvenčního přenosu. Z podmínky ortonormality můžeme určit poměry vývažků ve skupině z rovnice

$$\mathbf{W}_{11}^H \tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{I}_n \quad (32)$$

Takto lze určovat modální vyvažovací skupiny již v etapě konstruování rotoru za pomoci výsledků řešení problému vlastních čísel rotoru ve zvolených ložiskách. Skutečná závaží ve

vyvažovacích rovinách se pak volí jako $U = \tilde{U}D$, kde D je diagonální matice vhodných měřítek.

Praktický postup při přibližném modálním vyvažování je jednodušší. Na rotor s evkládají zkušební vývažky právě jen v takovém počtu, odpovídajícím pořadí kritických otáček, t.j. pořadí vlastního tvaru. Pro vyvažování prvního tvaru se použije jedno závaží, pro druhý tvar dvojice závaží, pro třetí tvar trojice atd. Nedostatkem tohoto postupu je, že nová skupina může porušit vyvážení rotoru při jiném tvaru kmitu.

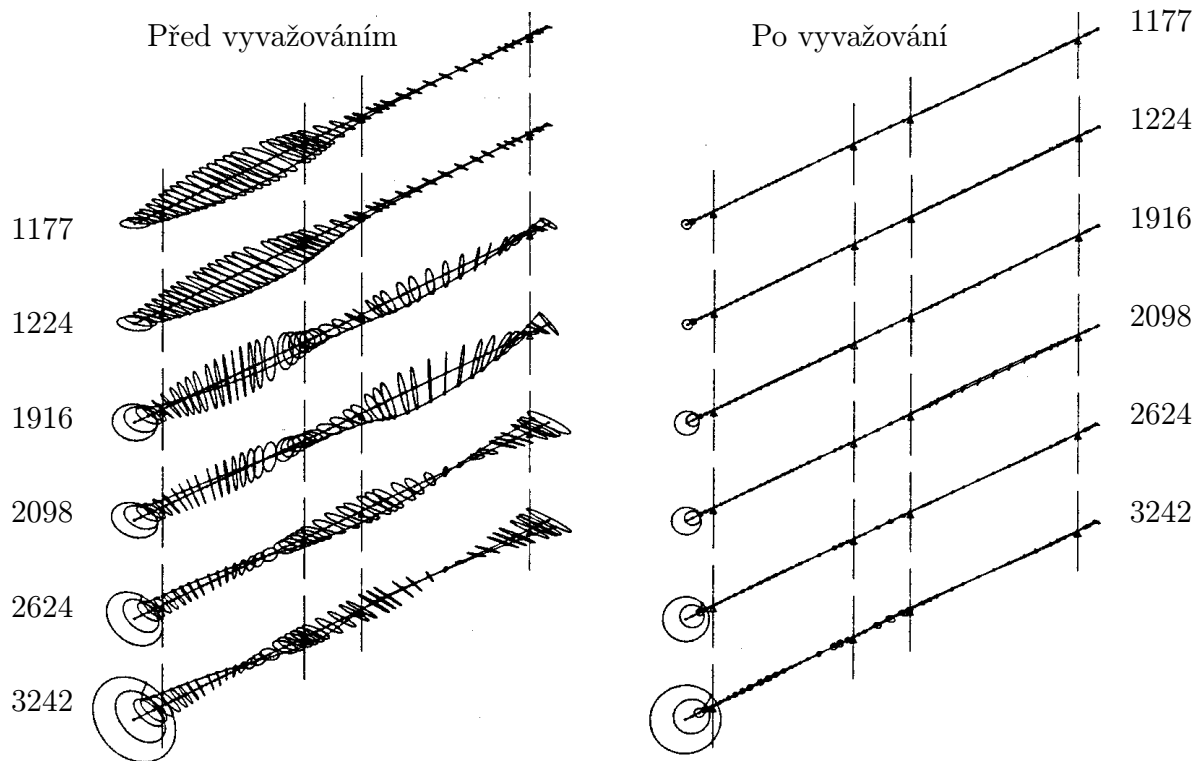
4.4. Optimalizace vyvažovacího postupu

Nejjednodušší způsob optimalizovaného vyvažování byl již uveden. Jde o minimalizaci sumy kvadrátů reziduálních vibrací rotoru příp. stroje ve vybraných místech, která je popsána rovnicemi (28) a (29), v nichž se používá pseudoinverze matice Q účinků zkušebních skupin závaží. Cílová funkce, která se minimalizovala, byla druhou mocninou kvadratické (Euclidovy) normy vektoru reziduálních vibrací $r = q_o + Qc$. Byla jen speciálním případem z celé rodiny cílových funkcí obecnějšího tvaru, totiž p -té mocniny L_p normy vektoru r definované jako

$$L_p = \sqrt[p]{\sum_m |r_m|^p} \quad (33)$$

Zvláštními případy jsou potom různé cílové funkce

$$\begin{aligned} f_1(c) &= \sum_m |r_m| \\ f_2(c) &= \sum_m |r_m|^2 \\ f_p(c) &= \sum_m |r_m|^p \end{aligned} \quad (34)$$



Obrázek 3: Prostorové kmitání rotoru turbosoustrojí při vyvažovacích otáčkách [ot/min]

Z hlediska výrobce i provozovatele stroje nedává však kvadratická norma optimální vibrační stav. Ten se totiž nehodnotí energeticky, ale podle norem, které limitují maximální am-

plitudy výchylek nebo rychlostí kmitání. Proto by za optimální kritérium mohla sloužit Čebyševova norma jako limitní případ L_p normy:

$$f_{\infty}(\mathbf{c}) = \lim_{p \rightarrow \infty} \sqrt[p]{\sum_m |r_m|^p} = \max |r_m| \quad (35)$$

O těchto a i jiných postupech se pojednává v [10].

Jako příklad optimalizovaného vyvažování uvedme případ rotorů turbíny a generátoru spojených pevnou spojkou a uložených ve čtyřech kluzných ložiskách. Měřilo se ve vertikálním (v) a horizontálním (w) směru ve všech ložiskách. Pro vkládání vyvažovacích závaží bylo k dispozici pět vyvažovacích rovin, dvě na turbině a tři na generátoru. Na převislých koncích nebyla žádná vyvažovací rovina. Za vyvažovací otáčky byly zvoleny otáčky blízké ke kritickým otáčkám stroje. Počáteční stav a výsledek optimalizovaného vyvažování jsou patrné z obr. 3, z něhož vyplývá, že snížení vibrací v oblasti ložisek (v nichž bylo měřeno) bylo pronikavé. Naproti tomu na převislém konci, kde se ani neměřilo, ani nebyla vyvažovací rovina, se vibrace snížily jen málo.

5. Závěr

V předcházejících odstavcích se řešily některé problémy spojené s optimalizovaným vyvažováním pružných rotorů jako lineárních soustav. Ukázalo se, že již konstruktér může podstatným způsobem ovlivnit citlivost rotoru na nevyváženost vhodnou volbou útlumu použitého uložení. Dále byly podány základní rysy různých přístupů k vyvažování pružných rotorů a ukázáno, že modální vyvažování s navzájem ortogonálními skupinami závaží dává teoreticky nejlepší výsledky.

Příspěvek neřeší problémy vyvažování rotorů neisotropních nebo s nelinearitami v uložení, při nichž uvedené postupy lze použít jen v přiblížení a v iteračním režimu.

Literatura

- [1] Šimek : Vyvažování rotorů s pružnými hřídeli, Strojírnoství, 1954, č.9, str. 707–711.
- [2] Bishop R. E. D., Gladwell G. M. L.: The Vibration and Balancing of an Unbalanced Flexible Rotor. Jour. Mech. Engng. Sci 1, 1959.
- [3] Juliš K.: Nová metoda pro optimální vyvažování rotorů za provozu. Strojírnoství 13, 1963, č.2, str. 83–86.
- [4] Goodman T.P.: A Least-squares Method for Computing Balance Corrections. Jour. of Engng for Ind., Trans ASME Vol. 86, Aug 1964, pp. 273–279.
- [5] Skyba P.: Calculation of the Critical Speed and Deflection Curve of Rotors with Consideration of the Mutual Elastic Coupling between Supports. Possibilities of Calculation in the First Engineering Works. IN: Proc. Symp. ŠKODA ÚVZÚ, Praha, Práce, 1967.
- [6] Balda M.: Výpočet dynamických vlastností rotorů turbosoustrojí. Kand. disert. práce, ŠKODA Plzeň – ÚVZÚ, SV 3466, 1968.
- [7] Daněk O.: Vyvažování pružných rotorů. ČSAV ÚT Z 336/71, Praha, 1971.
- [8] Balda M.: Vyvažování pružných rotorů horizontálních strojů. Výzkumná zpráva ŠKODA Plzeň–ÚVZÚ, SV 3626, 1971.
- [9] Tessarzik J. M., Badgley R. H., Anderson W. J.: Flexible Rotor Balancing by the Exact Point-Speed Influence Coefficient Method. ASME Paper No. 71–Vibr–91.
- [10] Balda M.: Balancing Flexible Rotors as a Problem of Mathematical Programming. IN.: Vibrations in rotating machinery. Proc. 2nd Int. Conf. ImechE, Cambridge, 1980.