ŽIVOTNOST KMITAJÍCÍCH ČÁSTÍ

M. Balda [1]

1 Úvod

V odborné literatuře se uvádí, že přes 90% lomů částí strojů a zařízení v provozu má únavový charakter. O součástech porušených tímto způsobem se říká, že vyčerpaly svoji únavovou životnost. Příčinou těchto poruch je proměnlivost úrovně namáhání, jemuž jsou zmíněné součásti vystaveny. Porucha vzniká v souvislosti se změnami provozních podmínek, jimiž mohou být proměnlivost kvazistatického zatížení, teplotního režimu anebo dynamických účinků vnějšího buzení. Příspěvek se zabývá posledně uvedenými příčinami a možnostmi jejich ovlivňování ve dvou fázích života konstrukce – při jejím zrodu a během jejího využívání v provozu.

2 Etapa návrhu konstrukce

Jde o období, ve kterém se nové konstrukci vkládají do vínku všechny důležité vlastnosti, ať již jde o funkčnost, výkonnost, účinnost, vzhled, cenu, ale i o spolehlivost včetně odolnosti proti poškození. Konstruktér na základě analýzy trhu přichází s novou myšlenkou, kterou s využitím zkušeností vlastních i výrobce, teoretických poznatků výzkumů a experimentálních dat o vlastnostech materiálů a vlivů technologií přetváří do úvodního návrhu. Ten v ne příliš vzdálené minulosti pouze kontroloval, zda vyhoví provozním podmínkám, pro které byl určen.

V současné době, má-li se výrobek výrazněji prosadit na trhu proti mnohostranné konkurenci, nestačí již staré postupy. Výrobky musí splňovat kromě všech garantovaných charakteristik i příznivou cenu. Ta výrazným způsobem závisí na hmotnosti výrobku. Je proto přirozené, že části nových konstrukcí bývají tvarově optimalizovány, obvykle tak, aby měly nejmenší hmotnost, aniž by se překročila jistá úroveň napjatosti. Pokud byla dána přednost spolehlivosti výrobku, potom optimalizačním procesem se z intervalu

[1] Prof. Ing. Miroslav BALDA, DrSc., Ústav termomechaniky AVČR & Západočeská univerzita, Veleslavínova 11, 301 14 Plzeň mbalda@hera.zcu.cz

provozních frekvencí odsouvaly vlastní frekvence soustavy, což mělo za následek odstranění rezonancí a tím nepřímo snížení dynamických zesílení účinků buzení a zvýšení životnosti.

2.1 Optimální konstrukce

Nejnovější postupy optimalizace konstrukcí berou v úvahu oba cíle současně a vedou tak ke skutečně optimálním konstrukcím. Jde vždy o úlohy nelineární optimalizace:

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{p}^*) &\leq f(\boldsymbol{p}) \\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{p}) &\leq \mathbf{0} \quad \epsilon \quad \mathcal{R}^m \\ \boldsymbol{h}(\boldsymbol{p}) &= \mathbf{0} \quad \epsilon \quad \mathcal{R}^p \end{aligned} \tag{1}$$

Dominantní požadavek optimálnosti se objevuje v kriteriální (cílové) funkci $f(\boldsymbol{p})$ závislé na konstrukčních parametrech $\boldsymbol{p}$, která dosahuje svého minima pro množinu parametrů $\boldsymbol{p}^*$. Funkce $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{p})$ jsou omezení typu nerovností a funkce $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{p})$ typu rovností. Mezi nimi pak jsou všechny ostatní požadavky na optimální konstrukci. Uveďme zde dva možné přístupy z mnoha:

a) **Minimalizace hmotnosti při garantované životnosti**

Za kriteriální funkci se v tomto případě volí

$$f(\boldsymbol{p}) = \sum_i m_i(\boldsymbol{p}), \tag{2}$$

kde $m_i(\boldsymbol{p})$ je hmotnost i - tého elementu konstrukce ovlivněného vektorem konstrukčních parametrů $\boldsymbol{p}$. Mezi funkcemi $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{p})$ se musí objevit funkce

$$g_j(\boldsymbol{p}) = L(\boldsymbol{p}) - L_G, \tag{3}$$

zajišťující, že garantovaná doba života L_G nebude podkročena. Skutečná doba života $L(\boldsymbol{p})$ je funkcí, která objektivně sdružuje jak pevnostní tak i dynamické vlastnosti konstrukce.

b) **Maximalizace životnosti při nepřekročení hmotnosti**

Kriteriální funkce pro minimalizaci může mít tvar:

$$f(\boldsymbol{p}) = f_k(\boldsymbol{p}), \tag{4}$$

kde $f_k(\boldsymbol{p})$ je libovolná funkce dosahující svého minima, kde životnost L je maximální. To splňují např. funkce $f_1(\boldsymbol{p}) = -L$, $f_2(\boldsymbol{p}) = \frac{1}{L}$, $f_3(\boldsymbol{p}) = -\log L$, atd. Jako omezení se pak objeví funkce:

$$g_j(\boldsymbol{p}) = \sum_i m_i(\boldsymbol{p}) - m \tag{5}$$

s m rovným maximální povolené hmotnosti výrobku.

Je zřejmé, že přístup podle `a)` poskytne skutečně optimální konstrukci, protože splní obě požadovaná kriteria, totiž minimální cenu i požadovanou životnost. Druhý přístup, `b)`, dá pouze suboptimální řešení úlohy, protože výrobek bude obecně dražší než optimální. Vyšší životnost než garantovaná nemá žádný dopad na cenu a je tedy luxusním přídavkem výrobce zákazníkovi. Luxusním proto, že není v zájmu ani výrobce, ani zákazníka.

2.2 Předpoklady pro optimální návrh

Pro optimální návrh konstrukce je zapotřebí mít k dispozici

a) matematický model konstrukce
b) matematický model buzení
c) matematický model poškozování
d) optimalizační program

2.2.1 Matematický model konstrukce

S ohledem na geometrickou mnohotvárnost se matematický model konstrukce obvykle vytváří pomocí aproximace díla konečnými prvky, jimiž se diskretizuje prostor. To má za následek, že parciální diferenciální rovnice přejdou na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic:

$$\boldsymbol{M}\,\ddot{\boldsymbol{q}}(t) + \boldsymbol{L}\,\dot{\boldsymbol{g}}(t) + \boldsymbol{K}\,\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{f}(t) \tag{6}$$

kde $\boldsymbol{f}(t)$ obsahuje i případné korekce vnějšího buzení na nelinearity a nestacionaritu soustavy [3]. Řešení na konci vzorkovací periody T se pak hledá numerickou integrací těchto rovnic některou z efektivních metod. Aby počet stupňů volnosti nebyl příliš velký, nelze použít lokální přístup, při kterém se každá z potenciálně kritických oblastí dělí na velký počet prostorových elementů za účelem dobrého vystižení průběhů napjatosti v nich. To by značně ovlivnilo velikost úlohy, která by se tak stala časově neúnosnou v režimu optimalizace, a to tím spíše, že by se dělení mohlo měnit v každém optimalizačním kroku. Proto se používá nominální přístup, při kterém se nepostihuje vliv vrubů na rozložení napjatosti přímo, ale prostřednictvím koeficientů koncentrace napětí. Přes toto zjednodušení zůstává počet stupňů volnosti příliš veliký a je proto účelné ho zredukovat některou z vhodných metod redukce (modální, Lanczosovou aj.).

2.2.2 Matematický model buzení

Pro spolehlivý výpočet životnosti je zapotřebí dobře znát vnější síly působící na objekt a jejich změny v čase. Obvykle není nutné mít k dispozici celý budoucí zatěžovací proces, ale postačují pouze jeho charakteristické úseky a doby jejich trvání.

Každá ze souřadnic $f_j(t)$ vektoru $\boldsymbol{f}(t)$ představuje konečnou realizaci zatěžovacího procesu, řekněme $\mathsf{z}(t)$ se vzorky z_i. V průběhu řešení se tyto úseky zadávají tabulkami vzorků – hodnot zatížení (časovými řadami), anebo se vytvářejí uměle pomocí generátorů náhodných procesů, jimž se musí zadat požadované rozložení $f_{\mathsf{z}}(z)$ a korelační funkce $R_{\mathsf{zz}}(kT)$. Ty by mohly být známé z podobných aplikací (nerovnosti vozovek, tratí, působení turbulencí a pod.). Tato problematika byla v minulosti úspěšně vyřešena ([2]).

Zatěžovací proces $\mathsf{z}(t)$ vznikne z procesu s normálním rozdělením $\mathsf{x}(t)$ nelineární transformací podle předpisu

$$\mathsf{z}(t) = F_{\mathsf{z}}^{-1}\{F_N[\,\mathsf{x}(t)\,]\} = g[\,\mathsf{x}(t)\,]\ , \tag{7}$$

kde $F_N(.)$ a $F_{\mathsf{z}}(.)$ jsou distribuční funkce normálního procesu $\mathsf{x}(t)$ a procesu $\mathsf{z}(t)$. Tato nelineární transformace má však vliv i na proměnu zatím neznámé korelační funkce $R_{\mathsf{xx}}(kT)$

na žádanou korelační funkci $R_{\mathsf{zz}}(kT)$ tak, že za pomoci [1] obdržíme

$$R_{\mathsf{zz}}(kT) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \, R_{\mathsf{xx}}^n(kT) \ , \tag{8}$$

kde

$$C_n = \frac{1}{2\pi \, n!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} g\,(x) \, H_n(x) \, e^{-x^2/2} \, dx \right]^2 \tag{9}$$

a $H_n(x)$ je n-tý Hermiteův polynom. Z rovnice (8) můžeme vypočítat korelační funkci $R_{\mathsf{xx}}(kT)$ zvlášť pro každé zpoždění kT Newtonovým-Raphsonovým postupem.

Jakmile je známa korelační funkce $R_{\mathsf{xx}}(kT)$, lze hledat takový diskrétní lineární systém, který z normálně rozloženého bílého šumu – časové řady pseudonáhodných čísel v – vytvoří diskrétní normální proces x. Jeho obecný tvar je

$$\mathsf{x}_i = \boldsymbol{v}_i^T \boldsymbol{a} - \boldsymbol{x}_{i-1} \boldsymbol{b} \ , \tag{10}$$

kde $\boldsymbol{v}$ je vektor pseudonáhodných čísel s normálním rozložením v_i, $\boldsymbol{x}_{i-1}$ vektor několika již dříve vygenerovaných hodnot procesu x a $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$ vektory pevných koeficientů. Rovnice (10) vyjadřuje obecný lineární číslicový filtr označovaný jako ARMA. Jednoduššími verzemi jsou MA filtry (moving average – klouzavých součtů) s nulovým vektorem $\boldsymbol{b}$ a AR filtry (autoregresní) s jediným nenulovým prvkem a_0 na místě vektoru $\boldsymbol{a}$.

2.2.3 Matematický model poškozování

Známe-li řešení ve formě napjatosti nebo přetvoření v kritických místech, můžeme vypočítat i relativní poškození, které vyvolaly. To se pochopitelně mění se změnami konstrukčních parametrů v průběhu optimalizace. Relativně dobře je definováno poškozování materiálu při jednoosém namáhání. Složité průběhy namáhání se dekomponují v reálném čase ve všech kritických místech současně vícekanálovou metodou stékání deště (rainflow – RF, viz [4]) na uzavřené cykly – hysterezní smyčky, které se pak přepočítávají na poměrné poškození dle zákona lineární kumulace poškození podle Palmgrena a Minera. K tomu je zapotřebí znát parametry Wöhlerových křivek pro jakoukoliv kombinaci amplitud s_a a středních hodnot napětí s_m ve vrubech. Symbol s zde zastupuje jak normálové napětí σ tak tečné napětí τ.

Pokud nejsou všechny potřebné křivky životnosti známy z experimentů, je zapotřebí konstruovat syntetické Wöhlerovy křivky (viz [5]). Z nich se pak konstruuje zobecněný Haighův diagram, do kterého se promítají nejen parametry vrubů v koeficientech koncentrace napětí K_t, ale i velikost součásti a kvalita povrchu koeficienty k_V resp. k_q. Pro všechny tyto víceparametrické závislosti je nutné mít k dispozici vhodné formule [6]. Ty byly získány zpracováním tabulkových hodnot z japonských pramenů rozptýlených v řadě článků, které publikovali profesoři Nisitani a Noda v rozpětí let 1984 - 1997.

2.2.4 Optimalizační program

Každá optimalizace jako syntéza nového návrhu se skládá z množiny analýz realizovaných s parametry $\boldsymbol{p}$ měnícími se podle jisté strategie v každém kroku optimalizace.

Půjde obvykle o nehladkou optimalizaci, takže použití gradientních metod ztroskotává. V prostředí `MATLAB` lze k tomuto účelu použít standardní funkci `fmins` realizující algoritmus simplexové metody Neldera a Meada. Její výhodou je velká robustnost umožňující hledat optimum i u nespojitých funkcí, ale nevýhodou je její pomalost.

3 Etapa provozu konstrukce

Optimalizovaná konstrukce by měla splňovat požadavky, které se na ní kladly. Avšak s ohledem na velký rozptyl materiálových dat, neurčitosti v zatěžování a možnosti výskytu mimořádných příhod může dojít k poruchám, které se neočekávaly. Proto v případech možností vzniku velkých škod nebo ekologických katastrof bývají drahá zařízení vybavována měřícími systémy, kterými se provoz sleduje a vyhodnocuje. V souvislosti s podmínkami pro měření mohou nastat v zásadě dvě situace:

a) Pokud by se trvale měřila namáhání v kritických místech bylo by možné je vyhodnocovat ihned a měřená data v reálném čase zpracovávat již zmíněnou vícekanálovou metodou stékání deště. Mnohdy se však stává, že tak ideální podmínky nejsou. Může se měřit pouze v přístupných místech a třeba jen v určitých časových intervalech. Za těchto okolností je zapotřebí řadu dat ze současně měřených míst nahradit lineární kombinací několika ortogonálních funkcí (např. vlastních tvarů, kmitů) a z výsledné náhrady nalézt stavy v kritických místech a teprve ty zpracovávat RF metodou a usuzovat na kumulaci relativního poškození v nich, pochopitelně s uvažováním případných faktorů koncentrace napětí ve vrubech.

b) Při získávání např. pouze amplitudy napětí s_{ai} a frekvence kmitání f_i za relativně dlouhou i-tou periodu opakování měření T_i při velice pomalém vzorkování nelze aplikovat metodu RF, ale musí se použít pouhé čítání počtu cyklů $n_i = f_i\,T_i$ v každé periodě měření T_i a kumulovat v ní jejich poškozující účinky v každém j-tém kritickém místě. Výsledkem je relativní poškození

$$D_{ij} = \frac{n_i}{N_{cm}} \left(\frac{s_{ai}}{s_{cm,i}} \right)^{w_m} , \tag{11}$$

kde $N_{cm},\ s_{cm},\ w_m$ jsou počet cyklů a napětí na mezi únavy a exponent Wöhlerovy křivky při napětí s_m. Celkové poškození v j-tém místě při měření o trvání T_o bude $D_j = \sum_i D_{ij}$. Jemu odpovídá doba života (v sekundách)

$$L_j = \frac{T_o}{D_j} \tag{12}$$

V případě, že v T_o byl sledován charakteristický napěťový proces, bude zbytková životnost v místě j

$$L_{rj} = L_j\,(1 - D_j) \tag{13}$$

O životnosti díla rozhoduje kritické místo s nejmenší zbytkovou životností.

V obou případech jsou odhady životnosti zatíženy nejen nepřesnostmi v použitých materiálových datech, ale i chybami aproximací a přepočtů napětí do kritických míst.

4 Závěr

O životnosti díla za provozu rozhoduje mnoho faktorů. Příspěvek ukazuje, že optimalizací matematického modelu konstrukčního návrhu lze významně ovlivnit cenu výrobku při dodržení garantované doby jeho života.

U drahých výrobků je účelné jejich sledování za provozu se současným vyhodnocováním zbytkové doby života. O měření kmitání lopatek za provozu pro diagnostické účely, pro jehož vyhodnocení bude použit druhý z postupů, se referuje v jiném příspěvku.

Reference

[1] Levin B. R.: Teorie náhodných procesů a její aplikace v radiotechnice. SNTL, Praha, 1965

[2] Balda M.: Simulace diskrétních náhodných procesů se zadanými charakteristikami. IN: „Zaťažovacie systemy“, konference SAV - ÚMS, Modra, 1977

[3] Balda M.: Výpočet kmitání rozsáhlých mechanických soustav. IN: „Dynamika strojů ’95“, kolokvium ÚT AVČR, Praha, 1995

[4] Balda M.: Vícekanálové sledování kumulace poškození v reálném čase. IN: „Dynamika strojů ’96“, konference ZČU-FAV, Pernink, 1996

[5] Kepka M.: Metodika odhadu parametrů syntetické Wöhlerovy křivky vrubovaného tělesa. Výzkumná zpráva ŠKODA VÝZKUM, Plzeň, 1996

[6] Balda M.: Nové formule pro výpočty koeficientů koncentrace napětí. IN: „Výpočtová mechanika ’97“, konference ZČU-FAV, Pernink, 1997

[7] Balda M.: Metodika optimalizace konstrukcí s požadovanou únavovou životností. IN: „Dynamika strojů ’98“, kolokvium ÚT AVČR, Praha, 1998

On service life of vibrating parts

The paper is devoted to two periods of a service life of vibrating parts. The first time interval covers a period of a development of a new structure, and the second one all the time of its exploiting in a service.

A short description of neccessary stepss in an optimization of the structure design is given in the first part of the paper. The nominal stress approach with the use of stress concentration factors of notches is recommended. As soon as an important structure is made and put into the operation, it is reasonable to carry out either, periodic or continuous measurements of its behaviour. Those measurements may serve for estimating the residnal service life of the structure. The paper deals also with processing measured data.

Poděkování:
Příspěvek byl zpracován s podporou Grantové agentury ČR v rámci projektu 101/97/0226.